

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



**Semiconductor devices – Micro-electromechanical devices –
Part 32: Test method for the nonlinear vibration of MEMS resonators**

**Dispositifs à semiconducteurs – Dispositifs microélectromécaniques –
Partie 32: Méthode d'essai pour la vibration non linéaire des résonateurs MEMS**



THIS PUBLICATION IS COPYRIGHT PROTECTED

Copyright © 2019 IEC, Geneva, Switzerland

All rights reserved. Unless otherwise specified, no part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from either IEC or IEC's member National Committee in the country of the requester. If you have any questions about IEC copyright or have an enquiry about obtaining additional rights to this publication, please contact the address below or your local IEC member National Committee for further information.

Droits de reproduction réservés. Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'IEC ou du Comité national de l'IEC du pays du demandeur. Si vous avez des questions sur le copyright de l'IEC ou si vous désirez obtenir des droits supplémentaires sur cette publication, utilisez les coordonnées ci-après ou contactez le Comité national de l'IEC de votre pays de résidence.

IEC Central Office
3, rue de Varembe
CH-1211 Geneva 20
Switzerland

Tel.: +41 22 919 02 11
info@iec.ch
www.iec.ch

About the IEC

The International Electrotechnical Commission (IEC) is the leading global organization that prepares and publishes International Standards for all electrical, electronic and related technologies.

About IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC. Please make sure that you have the latest edition, a corrigendum or an amendment might have been published.

IEC publications search - webstore.iec.ch/advsearchform

The advanced search enables to find IEC publications by a variety of criteria (reference number, text, technical committee,...). It also gives information on projects, replaced and withdrawn publications.

IEC Just Published - webstore.iec.ch/justpublished

Stay up to date on all new IEC publications. Just Published details all new publications released. Available online and once a month by email.

IEC Customer Service Centre - webstore.iec.ch/csc

If you wish to give us your feedback on this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre: sales@iec.ch.

Electropedia - www.electropedia.org

The world's leading online dictionary on electrotechnology, containing more than 22 000 terminological entries in English and French, with equivalent terms in 16 additional languages. Also known as the International Electrotechnical Vocabulary (IEV) online.

IEC Glossary - std.iec.ch/glossary

67 000 electrotechnical terminology entries in English and French extracted from the Terms and Definitions clause of IEC publications issued since 2002. Some entries have been collected from earlier publications of IEC TC 37, 77, 86 and CISPR.

A propos de l'IEC

La Commission Electrotechnique Internationale (IEC) est la première organisation mondiale qui élabore et publie des Normes internationales pour tout ce qui a trait à l'électricité, à l'électronique et aux technologies apparentées.

A propos des publications IEC

Le contenu technique des publications IEC est constamment revu. Veuillez vous assurer que vous possédez l'édition la plus récente, un corrigendum ou amendement peut avoir été publié.

Recherche de publications IEC -

webstore.iec.ch/advsearchform

La recherche avancée permet de trouver des publications IEC en utilisant différents critères (numéro de référence, texte, comité d'études,...). Elle donne aussi des informations sur les projets et les publications remplacées ou retirées.

IEC Just Published - webstore.iec.ch/justpublished

Restez informé sur les nouvelles publications IEC. Just Published détaille les nouvelles publications parues. Disponible en ligne et une fois par mois par email.

Service Clients - webstore.iec.ch/csc

Si vous désirez nous donner des commentaires sur cette publication ou si vous avez des questions contactez-nous: sales@iec.ch.

Electropedia - www.electropedia.org

Le premier dictionnaire d'électrotechnologie en ligne au monde, avec plus de 22 000 articles terminologiques en anglais et en français, ainsi que les termes équivalents dans 16 langues additionnelles. Egalement appelé Vocabulaire Electrotechnique International (IEV) en ligne.

Glossaire IEC - std.iec.ch/glossary

67 000 entrées terminologiques électrotechniques, en anglais et en français, extraites des articles Termes et Définitions des publications IEC parues depuis 2002. Plus certaines entrées antérieures extraites des publications des CE 37, 77, 86 et CISPR de l'IEC.

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE



**Semiconductor devices – Micro-electromechanical devices –
Part 32: Test method for the nonlinear vibration of MEMS resonators**

**Dispositifs à semiconducteurs – Dispositifs microélectromécaniques –
Partie 32: Méthode d'essai pour la vibration non linéaire des résonateurs MEMS**

INTERNATIONAL
ELECTROTECHNICAL
COMMISSION

COMMISSION
ELECTROTECHNIQUE
INTERNATIONALE

ICS 31.080.99

ISBN 978-2-8322-6455-3

**Warning! Make sure that you obtained this publication from an authorized distributor.
Attention! Veuillez vous assurer que vous avez obtenu cette publication via un distributeur agréé.**

CONTENTS

FOREWORD.....	3
1 Scope.....	5
2 Normative references	5
3 Terms and definitions	5
4 Test parameters of nonlinear vibration of the resonators	5
5 Test method for the amplitude-frequency response and phase-frequency response of the nonlinear vibration	6
5.1 Test system	6
5.2 Test conditions	6
5.3 Test procedures.....	7
6 Test method for the bending factor of the nonlinear vibrating frequency response	7
7 Test method for the amplitude threshold for the nonlinear jump	7
8 Test method for the frequency deviation as a result of the nonlinear vibration	8
8.1 Frequency deviation of the self-excitation closed-loop system.....	8
8.2 Frequency deviation of the phase-locked closed-loop system	8
8.3 Frequency deviation of the burst-excited system	9
Annex A (normative) Model of nonlinear vibration of MEMS resonators and bending factor	10
A.1 Model of nonlinear vibration of MEMS resonators	10
A.2 Solution of the nonlinear vibration model	11
A.3 Bending factor of the amplitude-frequency response	11
Annex B (informative) Nonlinear jump of the frequency response of MEMS resonators	14
Annex C (normative) Frequency deviation of MEMS resonators in the closed-loop system	16
C.1 Effect of the frequency deviation of the MEMS resonator on the accuracy of the resonant sensor	16
C.2 Frequency deviation of the self-exciting closed-loop system	16
C.3 Frequency deviation of the phase-locked closed-loop system	16
C.4 Oscillation frequency deviation of the burst-excited closed-loop system	18
Figure 1 – Test system	6
Figure 2 – 3 dB bandwidth of the linear amplitude-frequency response	8
Figure A.1 – Typical amplitude-frequency response of the nonlinear vibration of the MEMS resonator	12
Figure A.2 – Change of the amplitude-frequency response with the bending factor	13
Figure B.1 – Jump phenomenon of the frequency response of a clamped-clamped MEMS bridge resonator	14
Figure B.2 – Three nonlinear amplitude-frequency responses with various amplitude level ...	15

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**SEMICONDUCTOR DEVICES –
MICRO-ELECTROMECHANICAL DEVICES –****Part 32: Test method for the nonlinear vibration of MEMS resonators**

FOREWORD

- 1) The International Electrotechnical Commission (IEC) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, IEC publishes International Standards, Technical Specifications, Technical Reports, Publicly Available Specifications (PAS) and Guides (hereafter referred to as "IEC Publication(s)"). Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested IEC National Committees.
- 3) IEC Publications have the form of recommendations for international use and are accepted by IEC National Committees in that sense. While all reasonable efforts are made to ensure that the technical content of IEC Publications is accurate, IEC cannot be held responsible for the way in which they are used or for any misinterpretation by any end user.
- 4) In order to promote international uniformity, IEC National Committees undertake to apply IEC Publications transparently to the maximum extent possible in their national and regional publications. Any divergence between any IEC Publication and the corresponding national or regional publication shall be clearly indicated in the latter.
- 5) IEC itself does not provide any attestation of conformity. Independent certification bodies provide conformity assessment services and, in some areas, access to IEC marks of conformity. IEC is not responsible for any services carried out by independent certification bodies.
- 6) All users should ensure that they have the latest edition of this publication.
- 7) No liability shall attach to IEC or its directors, employees, servants or agents including individual experts and members of its technical committees and IEC National Committees for any personal injury, property damage or other damage of any nature whatsoever, whether direct or indirect, or for costs (including legal fees) and expenses arising out of the publication, use of, or reliance upon, this IEC Publication or any other IEC Publications.
- 8) Attention is drawn to the Normative references cited in this publication. Use of the referenced publications is indispensable for the correct application of this publication.
- 9) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this IEC Publication may be the subject of patent rights. IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

International Standard IEC 62047-32 has been prepared by subcommittee 47F: Micro-electromechanical systems, of IEC technical committee 47: Semiconductor devices.

The text of this International Standard is based on the following documents:

FDIS	Report on voting
47F/322/FDIS	47F/325/RVD

Full information on the voting for the approval of this International Standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

This document has been drafted in accordance with the ISO/IEC Directives, Part 2.

A list of all parts in the IEC 62047 series, published under the general title *Semiconductor devices – Micro-electromechanical devices*, can be found on the IEC website.

The committee has decided that the contents of this document will remain unchanged until the stability date indicated on the IEC website under "<http://webstore.iec.ch>" in the data related to the specific document. At this date, the document will be

- reconfirmed,
- withdrawn,
- replaced by a revised edition, or
- amended.

IMPORTANT – The 'colour inside' logo on the cover page of this publication indicates that it contains colours which are considered to be useful for the correct understanding of its contents. Users should therefore print this document using a colour printer.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 62047-32:2019

SEMICONDUCTOR DEVICES – MICRO-ELECTROMECHANICAL DEVICES –

Part 32: Test method for the nonlinear vibration of MEMS resonators

1 Scope

This part of IEC 62047 specifies the test method and test condition for the nonlinear vibration of MEMS resonators. The statements made in this document apply to the development and manufacture for MEMS resonators.

2 Normative references

The following documents are referred to in the text in such a way that some or all of their content constitutes requirements of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

IEC 62047-1, *Semiconductor devices – Micro-electromechanical devices – Part 1: Terms and definitions*

3 Terms and definitions

For the purposes of this document, the terms and definitions given in IEC 62047-1 and the following apply.

- IEC Electropedia: available at <http://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: available at <http://www.iso.org/obp>

3.1

nonlinear vibration

vibration whose displacement has a nonlinear relationship with the elastic restoring force, with the change of the vibration amplitude

3.2

nonlinear jump

jump phenomenon of the frequency response curve when the vibration amplitude exceeds a certain threshold

3.3

frequency deviation

deviation of the vibration frequency of the resonator in a closed-loop system from the natural frequency of the resonator

4 Test parameters of nonlinear vibration of the resonators

Test parameters of nonlinear vibration of the resonators are:

- a) amplitude-frequency response of the nonlinear vibration, $A(\omega)$;
- b) phase-frequency response of the nonlinear vibration, $P(\omega)$;

- c) bending factor of the amplitude-frequency response, b ;
- d) amplitude threshold for the nonlinear jump, a_c ;
- e) frequency deviation of the self-exciting closed-loop system, E_1 ;
- f) frequency deviation of the phase-locked closed-loop system, E_2 ;
- g) frequency deviation of the burst-exciting closed-loop system, E_3 .

5 Test method for the amplitude-frequency response and phase-frequency response of the nonlinear vibration

5.1 Test system

A test system consists of the following equipments:

- a) laser vibrometer;
- b) micro-optical apparatus;
- c) signal generator;
- d) vacuum chamber;
- e) mounting fixture;
- f) vacuum pump;
- g) angle valve.

The test system is illustrated in Figure 1.

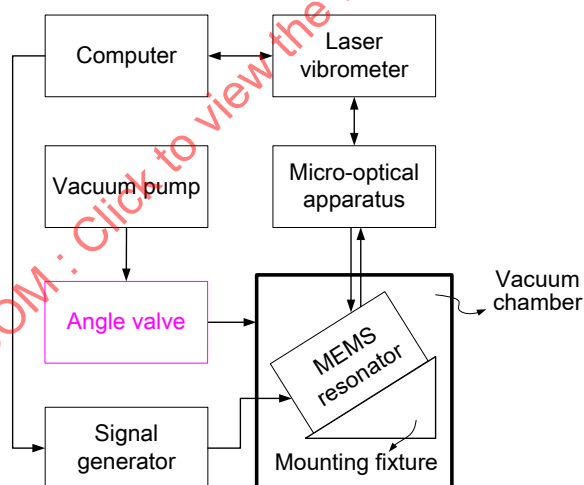


Figure 1 – Test system

5.2 Test conditions

- a) Keep the ambient temperature within $23\text{ °C} \pm 5\text{ °C}$.
- b) Maintain the vacuum degree of the vacuum chamber according to the actual operation of the resonator.
- c) Adjust the micro-optical apparatus to restrict the laser spot within the surface of the resonator.
- d) For transparent resonators, the laser beam should illuminate on the metal layer on the resonator to enhance the reflected laser intensity.
- e) The connection of the resonator, the installing base and the vacuum chamber should be strong enough.

- f) For out-of-plane vibrating resonators, the surface of the installing base should be parallel to the horizontal plane. For in-plane vibrating resonators, the surface of the installing base should be set to a certain angle about the horizon level, to ensure enough intensity of the reflected laser into the detector.
- g) The vacuum pump and the vacuum chamber should be connected with flexible bellows in case of the vibration propagation from the pump to the chamber.
- h) The angle valve should be tightly shut off to well maintain the vacuum level, and then the pump turned off before operating the test procedure.

5.3 Test procedures

- a) Set the frequency of the vibration excitation according to the estimated value of the natural frequency of the resonator. And then implement the initial frequency scan around the natural frequency within a wide range. The amplitude frequency response and the phase frequency response can be measured according to the vibration displacement of the resonators. And record the resonant frequency of the resonator.
- b) Reset the vibration excitation parameters to implement the frequency scan for the second time: reducing the interval of the frequency scan to half of that set in the initial frequency scan and reducing the range of the frequency scan to ten times of the half-power bandwidth of the amplitude frequency response. The amplitude frequency response and the phase frequency response can be measured according to the vibration displacement of the resonators. And record the resonant frequency of the resonator.
- c) Compare the resonant frequencies obtained by the initial and the second tests. If the discrepancy in the resonant frequencies is smaller than 1 ppm^1 of the resonant frequency measured in the second test, either the initial or the second test result can be deemed as the accurate amplitude frequency response and the phase frequency response. If the discrepancy in the resonant frequencies exceeds 1 ppm of the resonant frequency measured in the second test, the third time frequency scan with further small frequency interval should be implemented, until the discrepancy in last tested resonant frequency and the previous one is smaller than that 1 ppm of the resonant frequency measured in the last test.

6 Test method for the bending factor of the nonlinear vibrating frequency response

- a) Test the nonlinear vibrating amplitude frequency response of the MEMS resonator according to the method presented in Clause 5. And obtain the resonant frequency ω_r and the resonant amplitude a_r .
- b) The bending factor can be calculated by substituting the resonant frequency ω_r and the resonant amplitude a_r into Formula (A.11) as provided in Annex A. The value of ω_n can be determined by its design value.

$$b = \frac{\omega_r - \omega_n}{a_r^2} \quad (1)$$

7 Test method for the amplitude threshold for the nonlinear jump

- a) Obtain the bending factor of the amplitude frequency response of the MEMS resonator by the method set out in Clause 6.
- b) The nonlinear jump phenomenon is presented in Annex B. Figure B.1. The amplitude threshold for the nonlinear jump can be calculated by substituting the bending factor b into Formula (2).

¹ ppm = part per million

$$a_c = \sqrt{\frac{4\omega_n}{3\sqrt{3}Q|b|}} \quad (2)$$

where

a_c is the amplitude threshold for the nonlinear jump;

Q is the quality factor of the resonator with linear vibration.

The value of Q can be obtained by the following formula:

$$Q = \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1} \quad (3)$$

where

ω_1 and ω_2 are the boundary points of the -3 dB bandwidth of the linear amplitude-frequency response, which is shown in Figure 2.

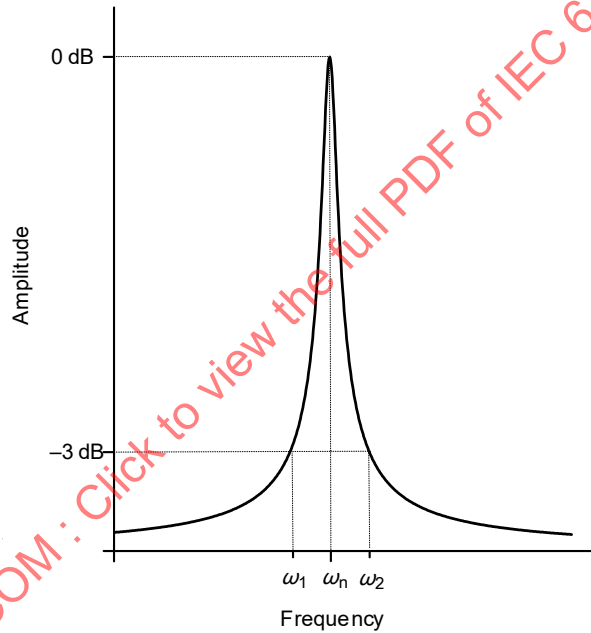


Figure 2 – 3 dB bandwidth of the linear amplitude-frequency response

8 Test method for the frequency deviation as a result of the nonlinear vibration

8.1 Frequency deviation of the self-excitation closed-loop system

- Obtain the bending factor of the amplitude frequency response of the MEMS resonator by the method provided in Clause 6.
- Frequency deviation of the self-excitation closed-loop system can be calculated by substituting the bending factor b into Formula (C.3).

$$E_1 = \frac{ba_s^2}{\omega_n} \times 100 \% \quad (4)$$

8.2 Frequency deviation of the phase-locked closed-loop system

- Obtain the bending factor of the amplitude frequency response of the MEMS resonator by the method provided in Clause 6.

- b) Frequency deviation of the phase-locked closed-loop system can be calculated by substituting the bending factor b into Formula (C.12).

$$E_2 = \frac{ba^2}{\omega_n} \times 100 \% \quad (5)$$

8.3 Frequency deviation of the burst-excited system

- a) Obtain the bending factor of the amplitude frequency response of the MEMS resonator by the method provided in Clause 6.
- b) Frequency deviation of the burst-excited system can be calculated by substituting the bending factor b into Formula (6)

$$E_2 = \frac{ba^2}{\omega_n} e^{-\frac{1}{Q}\omega_n t} \quad (6)$$

where

t is the time with the definition of $t=0$ when disconnecting the excitation;

e is the natural constant.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 62047-32:2019

Annex A (normative)

Model of nonlinear vibration of MEMS resonators and bending factor

A.1 Model of nonlinear vibration of MEMS resonators

The vibration behaviour of the MEMS resonators can be illustrated by the Duffing equation which is shown in Formula (A.1)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1x + k_3x^3 = F^* \cos(\omega t) \quad (\text{A.1})$$

where

m is the equivalent mass of the resonator;

c is the coefficient of the damping;

k_1 is the linear stiffness coefficient;

k_3 is the nonlinear stiffness coefficient;

F^* is the amplitude of the driving force;

ω is the frequency of the driving force;

x is the vibration displacement;

t is the time.

Then transform Formula (A.1) by dividing it by the equivalent mass, m :

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = -\frac{c}{m} \dot{x} - \frac{k_3}{m} x^3 + \frac{F^*}{m} \cos(\omega t) \quad (\text{A.2})$$

For an actual resonator, the nonlinear term $-k_3x^3/m$ in Formula (A.2) is small. Therefore a small parameter ε is introduced to implement the multiple scales algorithm. Formula (A.2) is transformed to:

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = -2\varepsilon\mu\dot{x} - \varepsilon\alpha x^3 + F \cos(\omega t) \quad (\text{A.3})$$

where

$$\alpha = \frac{k_3}{m\varepsilon} \quad (\text{A.4})$$

$$\mu = \frac{c}{2m\varepsilon} \quad (\text{A.5})$$

$$F = \frac{F^*}{m} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Solution of the nonlinear vibration model

The solution of the nonlinear vibration model is derived by the multiple scales algorithm, which is shown in Formula (A.7).

$$x = a \cos(\omega t - \varphi) + O(\varepsilon) \quad (\text{A.7})$$

where

a is the vibration amplitude of the MEMS resonators;

φ is the phase delay between the vibration displacement of the MEMS resonator and the force;

$O(\varepsilon)$ is the symbol of the same order infinitesimal of ε .

The amplitude-frequency response of the MEMS resonator is shown in Formula (A.8) in an implicit expression.

$$\omega = \omega_n + ba^2 \pm \sqrt{\frac{F^2}{4\omega_n^2 a^2} - \varepsilon^2 \mu^2} \quad (\text{A.8})$$

where

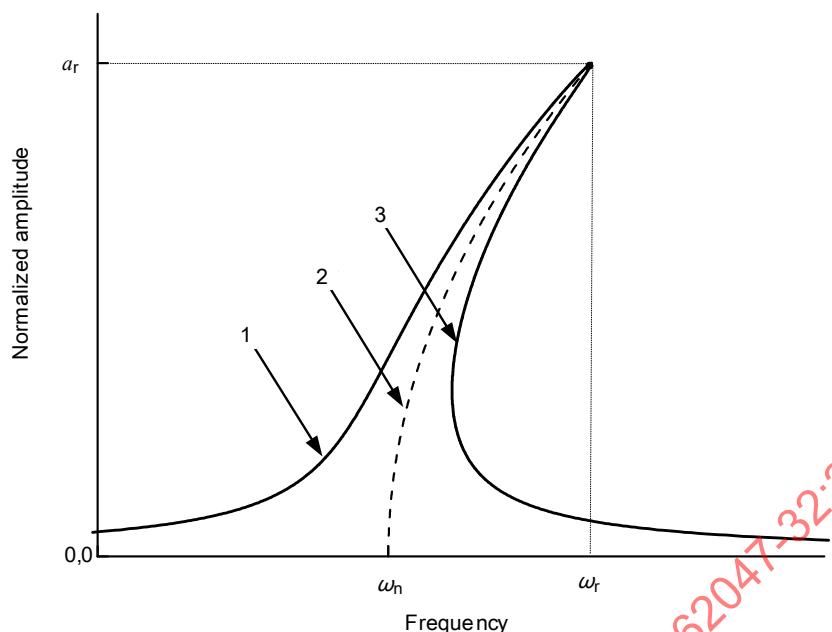
$$b = \frac{3a\varepsilon}{8\omega_n} \quad (\text{A.9})$$

The phase-frequency response of the MEMS resonator is shown in Formula (A.10) in an implicit expression.

$$\omega = \omega_n + b \frac{F^2}{4\varepsilon^2 \omega_n^2 \mu^2} \sin^2 \varphi - \mu \varepsilon \cot \varphi \quad (\text{A.10})$$

A.3 Bending factor of the amplitude-frequency response

The nonlinear amplitude-frequency response of the MEMS resonator can be derived from Formula (A.8), which is shown in Figure A.1. The curve between the left and the right branches is the bone curve.



Key

- 1 left branch
- 2 bone curve
- 3 right branch

Figure A.1 – Typical amplitude-frequency response of the nonlinear vibration of the MEMS resonator

The bone curve is a parabolic form, which can be presented by Formula (A.11).

$$a = \sqrt{\frac{\omega - \omega_n}{b}} \quad (\text{A.11})$$

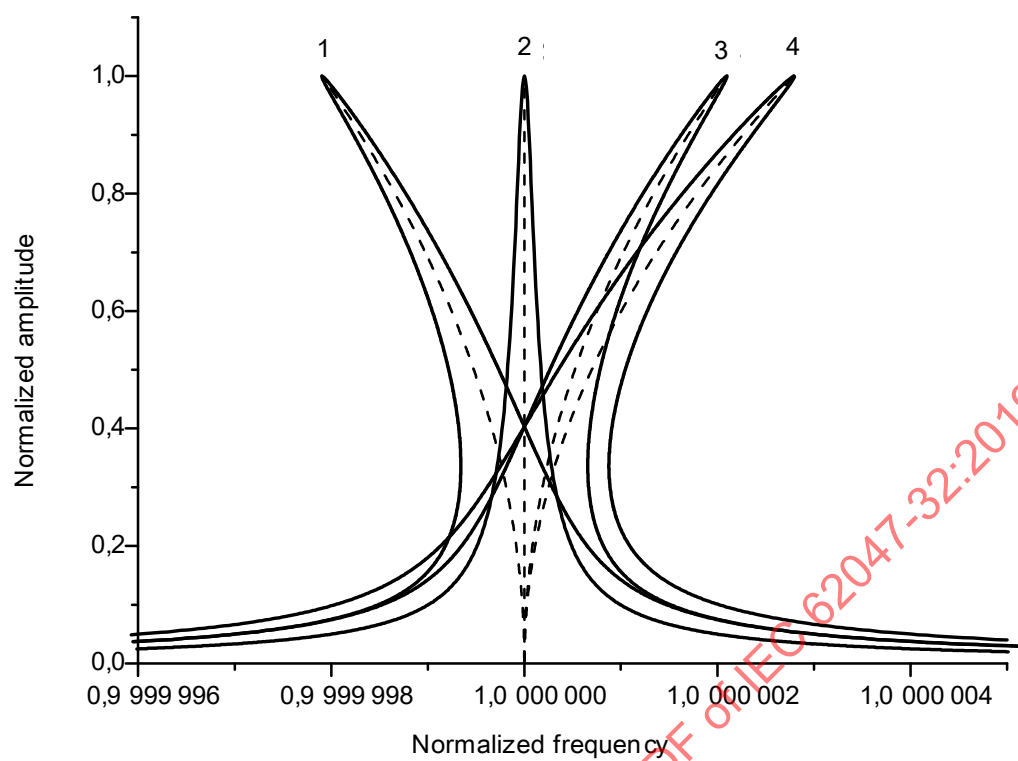
where

ω_n is the natural frequency of the resonator.

The parameter b in Formula (A.11) is the bending factor, which can be obtained by substituting the resonant point (ω_r , a_r) into Formula (A.11).

$$b = \frac{\omega_r - \omega_n}{a_r^2} \quad (\text{A.12})$$

The intensity of the nonlinear vibration is evaluated by the bending factor b . Figure A.2 shows the change of the nonlinear amplitude-frequency response with the bending factor. The amplitude-frequency response with negative bending factor bends towards the lower frequency, which is noted as the softening spring effect. And the one with the positive bending factor bends towards the higher frequency, which is known as the hardening spring effect. The amplitude-frequency response with $b = 0$ indicates the linear vibration.



IEC

Key

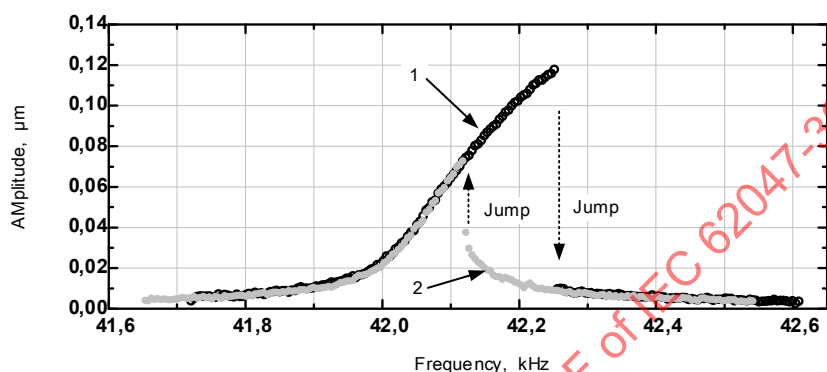
- 1 $b_1 < 0$
- 2 $b_2 = 0$
- 3 $b_3 > 0$
- 4 $b_4 > 0$, and $b_4 > b_3$

Figure A.2 – Change of the amplitude-frequency response with the bending factor

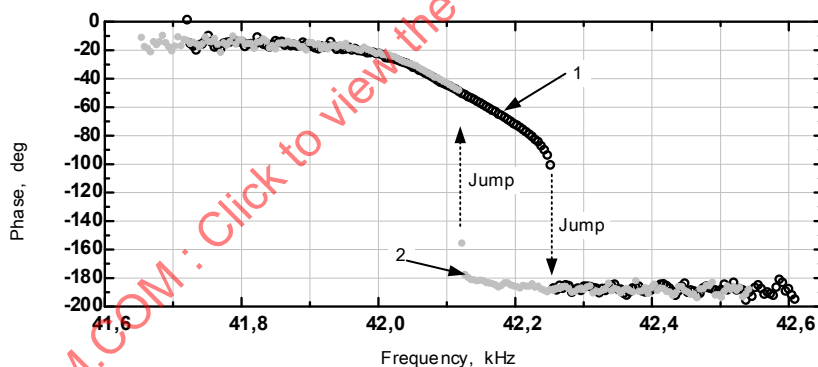
Annex B (informative)

Nonlinear jump of the frequency response of MEMS resonators

The nonlinear jump occurs when the vibration amplitude exceeds a certain value, leading to the jump of the frequency response, which is shown in Figures B.1 a) and B.1 b). Amplitude and phase jumps would cause the breakdown of the resonator. Therefore, it is necessary to evaluate the amplitude threshold for the nonlinear jump to keep the vibration amplitude of the resonator in a resonant sensor smaller than the amplitude threshold.



a) Amplitude jump



b) Phase jump

Key

- 1 forward scan
- 2 backward scan

Figure B.1 – Jump phenomenon of the frequency response of a clamped-clamped MEMS bridge resonator

There are three amplitude-frequency response curves in Figure B.2. The one with the amplitude peak of ar_1 does not take on the nonlinear jump. With the increase of the amplitude peak, the one with the amplitude peak of ar_3 jumps around its peak. Between the peaks of ar_1 and ar_3 , a given amplitude peak of ar_2 demarcates the boundary between the nonlinear jump and the non-nonlinear jump. This given amplitude peak is referred to as the amplitude threshold for the nonlinear jump.

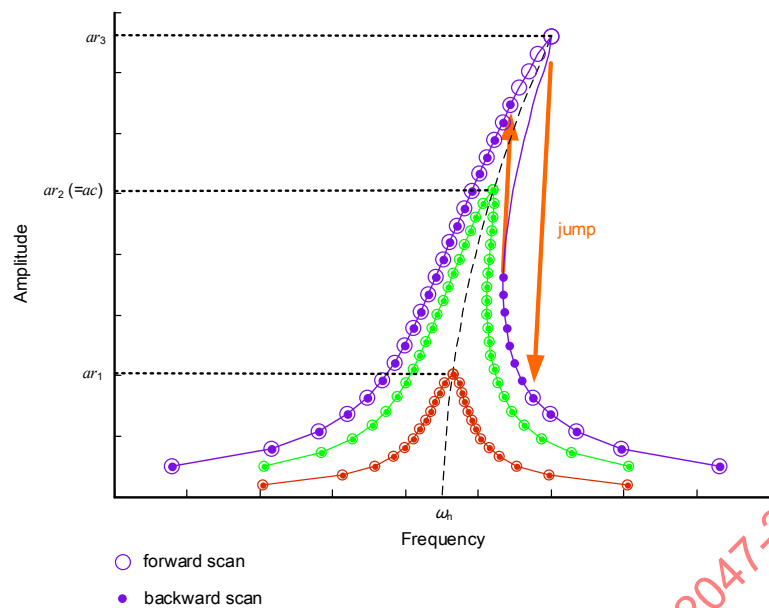


Figure B.2 – Three nonlinear amplitude-frequency responses with various amplitude level

For a resonator with natural frequency of 40 kHz, Q factor of 30 000, and measured bending factor of $1,228 \text{ E}+15 \text{ rad}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$, according to Formula (2), the amplitude threshold is 75,6 nm.

Annex C (normative)

Frequency deviation of MEMS resonators in the closed-loop system

C.1 Effect of the frequency deviation of the MEMS resonator on the accuracy of the resonant sensor

There are three kinds of closed-loop systems in the resonant sensors: the self-excited closed-loop, the phase-locked closed loop and the burst-excited closed loop. All these closed-loop systems take advantage of the linear frequency response characteristics to track the natural frequency of the resonator. However, under the nonlinear vibration, the frequency response would be changed. Consequently, the oscillation frequency of the closed-loop system drifts from the natural frequency of the resonator, which cause the measurement error of the resonant sensor.

C.2 Frequency deviation of the self-exciting closed-loop system

In a self-exciting closed-loop system, the driving force and the damping force nearly balance each other. The vibration behaviour of the resonator is shown in Formula (C.1).

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = -\varepsilon \alpha x^3 \quad (\text{C.1})$$

By the Lindstedt-Poincaré algorithm, the solution of Formula (C.1) is obtained. And the vibration frequency is:

$$\begin{aligned} \omega_s &= \omega_n + \frac{3\alpha a_s^2}{8\omega_n} \varepsilon + O(\varepsilon^2) \\ &= \omega_n + b a_s^2 + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

where

ω_s is the vibration frequency of a resonator in the self-exciting closed-loop system;

a_s is the vibration amplitude of a resonator in the self-exciting closed-loop system;

$O(\varepsilon^2)$ is the symbol of the same order infinitesimal of ε^2 .

The frequency deviation of the self-exciting closed-loop system is:

$$E_1 = \frac{\omega_s - \omega_n}{\omega_n} \approx \frac{b a_s^2}{\omega_n} \times 100 \% \quad (\text{C.3})$$

C.3 Frequency deviation of the phase-locked closed-loop system

In the phase-locked loop, the vibration displacement maintains $\pi/2$ delay relative to the driving force. Substitute $\varphi = \pi/2$ into Formula (A.9):

$$\omega_{\pi/2} = \omega_n + b \frac{F^2}{4\varepsilon^2 \omega_n^2 \mu^2} \quad (\text{C.4})$$

where

$\omega_{\pi/2}$ is the vibration frequency of a resonator in the phase-locked closed-loop system.

The frequency deviation of the phase-locked closed-loop system is:

$$E_2 = \frac{\omega_{\pi/2} - \omega_n}{\omega_n} = b \frac{F^2}{4\varepsilon^2 \omega_n^3 \mu^2} \times 100 \% \quad (\text{C.5})$$

F , in Formula (C.5), could be obtained from Formula (A.8):

$$F = 2\omega_n a_r \varepsilon \mu \quad (\text{C.6})$$

Therefore, Formula (C.5) could be rewritten as:

$$E_2 = \frac{b a_r^2}{\omega_n} \times 100 \% \quad (\text{C.7})$$

Substitute Formula (C.6) into Formula (C.4):

$$\omega_{\pi/2} = \omega_n + b a_r^2 \quad (\text{C.8})$$

Formula (A.11) could be rewritten as:

$$\omega_r = \omega_n + b a_r^2 \quad (\text{C.9})$$

Comparing Formula (C.8) and (C.9), it could be deduced that:

$$\omega_{\pi/2} = \omega_r \quad (\text{C.10})$$

Therefore

$$a_{\pi/2} = a_r \quad (\text{C.11})$$

where

$a_{\pi/2}$ is the vibration amplitude of a resonator in the phase-locked closed-loop system.

Substitute Formula (C.11) into Formula (C.7). The frequency deviation of the phase-locked closed-loop system could be rewritten as:

$$E_2 = \frac{b a_{\pi/2}^2}{\omega_n} \times 100 \% \quad (\text{C.12})$$

C.4 Oscillation frequency deviation of the burst-excited closed-loop system

In the burst-excited system, the excitation and the detection of the resonator are separated in the time domain. The detected free oscillation frequency is the frequency output of the burst-excited system. The frequency deviation can be obtained by the comparison of the frequency output of the burst-excited system with the natural frequency.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 62047-32:2019

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 62047-32:2019

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS	21
1 Domaine d'application	23
2 Références normatives	23
3 Termes et définitions	23
4 Paramètres d'essai de vibration non linéaire des résonateurs	23
5 Méthode d'essai pour la réponse amplitude-fréquence et la réponse phase- fréquence de la vibration non linéaire	24
5.1 Système d'essai	24
5.2 Conditions d'essai	25
5.3 Procédures d'essai	25
6 Méthode d'essai pour le facteur de flexion de la réponse en fréquence de vibration non linéaire	25
7 Méthode d'essai pour le seuil d'amplitude pour le saut non linéaire	26
8 Méthode d'essai pour l'écart de fréquence résultant de la vibration non linéaire	27
8.1 Ecart de fréquence du système en boucle fermée à auto-excitation	27
8.2 Ecart de fréquence du système en boucle fermée à verrouillage de phase	27
8.3 Ecart de fréquence du système à excitation par salve	27
Annexe A (normative) Modèle de vibration non linéaire des résonateurs MEMS et facteur de flexion	28
A.1 Modèle de vibration non linéaire des résonateurs MEMS	28
A.2 Solution du modèle de vibration non linéaire	29
A.3 Facteur de flexion de la réponse amplitude-fréquence	29
Annexe B (informative) Saut non-linéaire de la réponse en fréquence des résonateurs MEMS	32
Annexe C (normative) Ecart de fréquence des résonateurs MEMS dans le système en boucle fermée	35
C.1 Effet de l'écart de fréquence du résonateur MEMS sur l'exactitude du capteur résonnant	35
C.2 Ecart de fréquence du système en boucle fermée à auto-excitation	35
C.3 Ecart de fréquence du système en boucle fermée à verrouillage de phase	36
C.4 Ecart de fréquence d'oscillation du système en boucle fermée à excitation par salve	37
Figure 1 – Système d'essai	24
Figure 2 – Largeur de bande de -3 dB de la réponse amplitude-fréquence linéaire	26
Figure A.1 – Réponse amplitude-fréquence typique de la vibration non linéaire du résonateur MEMS	30
Figure A.2 – Variation de la réponse amplitude-fréquence en fonction du facteur de flexion	31
Figure B.1 – Phénomène de saut de la réponse en fréquence d'un résonateur en pont MEMS en configuration encastré-encastré	33
Figure B.2 – Trois réponses amplitude-fréquence non linéaires à divers niveaux d'amplitude	34

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

DISPOSITIFS À SEMICONDUCTEURS – DISPOSITIFS MICROÉLECTROMÉCANIQUES –

Partie 32: Méthode d'essai pour la vibration non linéaire des résonateurs MEMS

AVANT-PROPOS

- 1) La Commission Electrotechnique Internationale (IEC) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de l'IEC). L'IEC a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, l'IEC – entre autres activités – publie des Normes internationales, des Spécifications techniques, des Rapports techniques, des Spécifications accessibles au public (PAS) et des Guides (ci-après dénommés "Publication(s) de l'IEC"). Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'IEC, participent également aux travaux. L'IEC collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de l'IEC concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux de l'IEC intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
- 3) Les Publications de l'IEC se présentent sous la forme de recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux de l'IEC. Tous les efforts raisonnables sont entrepris afin que l'IEC s'assure de l'exactitude du contenu technique de ses publications; l'IEC ne peut pas être tenue responsable de l'éventuelle mauvaise utilisation ou interprétation qui en est faite par un quelconque utilisateur final.
- 4) Dans le but d'encourager l'uniformité internationale, les Comités nationaux de l'IEC s'engagent, dans toute la mesure possible, à appliquer de façon transparente les Publications de l'IEC dans leurs publications nationales et régionales. Toutes divergences entre toutes Publications de l'IEC et toutes publications nationales ou régionales correspondantes doivent être indiquées en termes clairs dans ces dernières.
- 5) L'IEC elle-même ne fournit aucune attestation de conformité. Des organismes de certification indépendants fournissent des services d'évaluation de conformité et, dans certains secteurs, accèdent aux marques de conformité de l'IEC. L'IEC n'est responsable d'aucun des services effectués par les organismes de certification indépendants.
- 6) Tous les utilisateurs doivent s'assurer qu'ils sont en possession de la dernière édition de cette publication.
- 7) Aucune responsabilité ne doit être imputée à l'IEC, à ses administrateurs, employés, auxiliaires ou mandataires, y compris ses experts particuliers et les membres de ses comités d'études et des Comités nationaux de l'IEC, pour tout préjudice causé en cas de dommages corporels et matériels, ou de tout autre dommage de quelque nature que ce soit, directe ou indirecte, ou pour supporter les coûts (y compris les frais de justice) et les dépenses découlant de la publication ou de l'utilisation de cette Publication de l'IEC ou de toute autre Publication de l'IEC, ou au crédit qui lui est accordé.
- 8) L'attention est attirée sur les références normatives citées dans cette publication. L'utilisation de publications référencées est obligatoire pour une application correcte de la présente publication.
- 9) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments de la présente Publication de l'IEC peuvent faire l'objet de droits de brevet. L'IEC ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de brevets et de ne pas avoir signalé leur existence.

La Norme internationale IEC 62047-32 a été établie par le sous-comité 47F: Systèmes microélectromécaniques, du comité d'études 47 de l'IEC: Dispositifs à semiconducteurs.

Le texte de cette norme Internationale est issu des documents suivants:

FDIS	Rapport de vote
47F/322/FDIS	47F/325/RVD

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette Norme internationale.

Ce document a été rédigé selon les Directives ISO/IEC, Partie 2.

Une liste de toutes les parties de la série IEC 62047, publiées sous le titre général *Dispositifs à semiconducteurs – Dispositifs microélectromécaniques*, peut être consultée sur le site web de l'IEC.

Le comité a décidé que le contenu de ce document ne sera pas modifié avant la date de stabilité indiquée sur le site web de l'IEC sous "<http://webstore.iec.ch>" dans les données relatives au document recherché. A cette date, le document sera

- reconduit,
- supprimé,
- remplacé par une édition révisée, ou
- amendé.

IMPORTANT – Le logo "colour inside" qui se trouve sur la page de couverture de cette publication indique qu'elle contient des couleurs qui sont considérées comme utiles à une bonne compréhension de son contenu. Les utilisateurs devraient, par conséquent, imprimer cette publication en utilisant une imprimante couleur.

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 62047-32:2019

DISPOSITIFS À SEMICONDUCTEURS – DISPOSITIFS MICROÉLECTROMÉCANIQUES –

Partie 32: Méthode d'essai pour la vibration non linéaire des résonateurs MEMS

1 Domaine d'application

La présente partie de l'IEC 62047 spécifie la méthode d'essai et les conditions d'essai pour la vibration non linéaire des résonateurs MEMS. Les énoncés du présent document s'appliquent au développement et à la fabrication des résonateurs MEMS.

2 Références normatives

Les documents suivants cités dans le texte constituent, pour tout ou partie de leur contenu, des exigences du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

IEC 62047-1, *Dispositifs à semiconducteurs – Dispositifs microélectromécaniques – Partie 1: Termes et définitions*

3 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et définitions donnés dans l'IEC 62047-1 ainsi que les suivants s'appliquent.

- IEC Electropedia: disponible à l'adresse <http://www.electropedia.org/>
- ISO Online browsing platform: disponible à l'adresse <http://www.iso.org/obp>

3.1

vibration non linéaire

vibration dont le déplacement présente une relation non linéaire avec la force de restauration élastique, avec la variation de l'amplitude de vibration

3.2

saut non linéaire

phénomène de saut de la courbe de réponse en fréquence lorsque l'amplitude de vibration dépasse un certain seuil

3.3

écart de fréquence

écart de la fréquence de vibration du résonateur dans un système en boucle fermée par rapport à la fréquence naturelle du résonateur

4 Paramètres d'essai de vibration non linéaire des résonateurs

Les paramètres d'essai de vibration non linéaire des résonateurs sont les suivants:

- a) réponse amplitude-fréquence de la vibration non linéaire, $A(\omega)$,
- b) réponse phase-fréquence de la vibration non linéaire, $P(\omega)$,

- c) facteur de flexion de la réponse amplitude-fréquence, b ,
- d) seuil d'amplitude du saut non linéaire, a_c ,
- e) écart de fréquence du système en boucle fermée à auto-excitation, E_1 ,
- f) écart de fréquence du système en boucle fermée à verrouillage de phase E_2 ,
- g) écart de fréquence du système en boucle fermée à excitation par salve, E_3 .

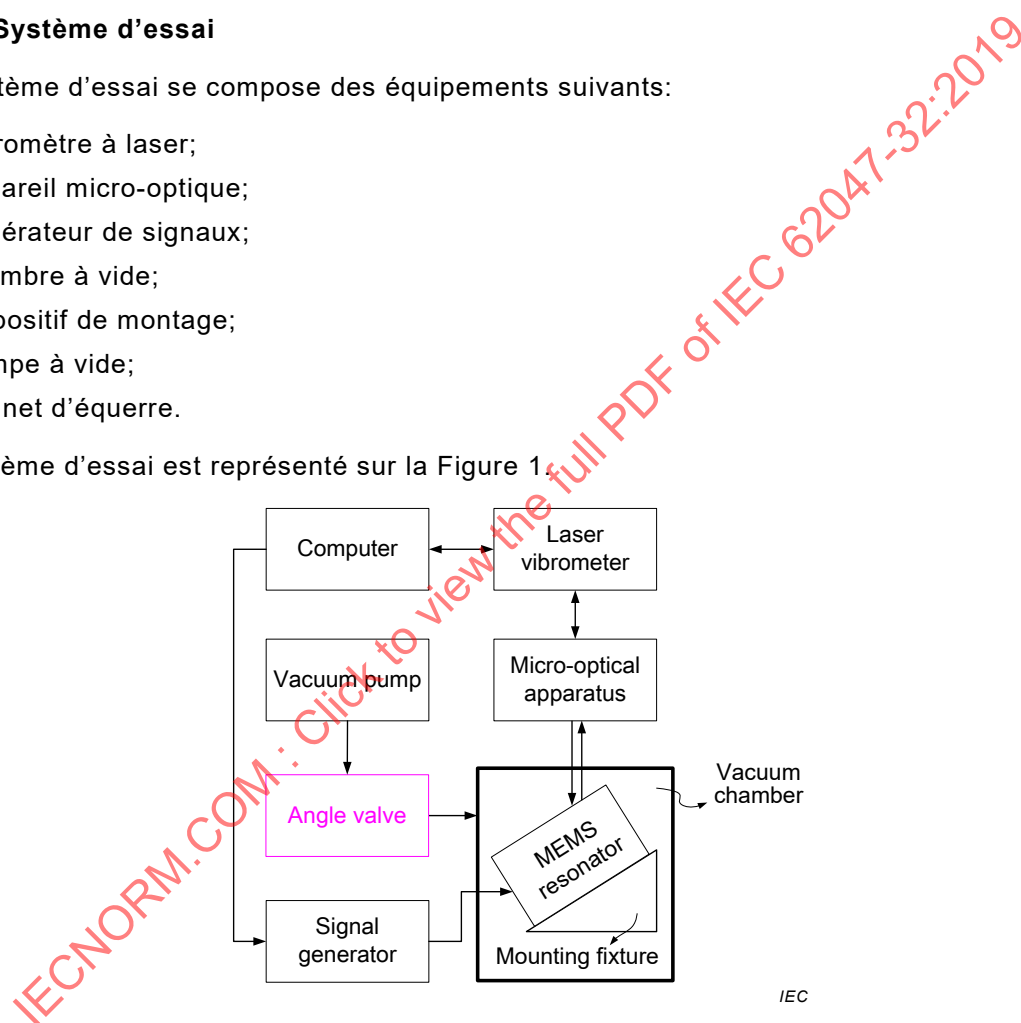
5 Méthode d'essai pour la réponse amplitude-fréquence et la réponse phase-fréquence de la vibration non linéaire

5.1 Système d'essai

Un système d'essai se compose des équipements suivants:

- a) vibromètre à laser;
- b) appareil micro-optique;
- c) générateur de signaux;
- d) chambre à vide;
- e) dispositif de montage;
- f) pompe à vide;
- g) robinet d'équerre.

Le système d'essai est représenté sur la Figure 1.



Anglais	Français
Computer	Calculateur
Laser vibrometer	Vibromètre à laser
Vacuum pump	Pompe à vide
Angle valve	Robinet d'équerre
Signal generator	Générateur de signaux
Micro-optical apparatus	Appareil micro-optique
MEMS resonator	Résonateur MEMS
Mounting fixture	Dispositif de montage
Vacuum chamber	Chambre à vide

Figure 1 – Système d'essai

5.2 Conditions d'essai

- a) Maintenir la température ambiante à $23\text{ °C} \pm 5\text{ °C}$.
- b) Maintenir le degré de vide de la chambre à vide conformément au fonctionnement en cours du résonateur.
- c) Régler l'appareil micro-optique afin de restreindre le point laser à l'intérieur de la surface du résonateur.
- d) Pour les résonateurs transparents, il convient que le faisceau laser éclaire la couche métallique sur le résonateur pour améliorer l'intensité laser réfléchie.
- e) Il convient que la connexion entre le résonateur, la base d'installation et la chambre à vide soit suffisamment résistante.
- f) Pour les résonateurs vibrants hors plan, il convient que la surface de la base d'installation soit parallèle au plan horizontal. Pour les résonateurs vibrants dans le plan, il convient que la surface de la base d'installation soit placée à un certain angle par rapport au niveau horizontal, pour garantir une intensité suffisante du laser réfléchi dans le détecteur.
- g) Il convient que la pompe à vide et la chambre à vide soient reliées au moyen de soufflets flexibles en cas de propagation des vibrations de la pompe à la chambre.
- h) Il convient que le robinet d'équerre soit fermement serré pour bien conserver le niveau de vide, puis que la pompe soit coupée avant d'exécuter la procédure d'essai.

5.3 Procédures d'essai

- a) Régler la fréquence de l'excitation de vibration en fonction de la valeur estimée de la fréquence naturelle du résonateur. Puis mettre en œuvre le balayage de fréquence initial autour de la fréquence naturelle dans une large plage. La réponse amplitude-fréquence et la réponse phase-fréquence peuvent être mesurées en fonction du déplacement des vibrations des résonateurs. Enregistrer la fréquence de résonance du résonateur.
- b) Réinitialiser les paramètres d'excitation de vibration pour mettre en œuvre le balayage de fréquence une deuxième fois: réduire l'intervalle du balayage de fréquence à la moitié de celui du balayage de fréquence initial et réduire la plage du balayage de fréquence à dix fois la largeur de bande à mi-puissance de la réponse amplitude-fréquence. La réponse amplitude-fréquence et la réponse phase-fréquence peuvent être mesurées en fonction du déplacement des vibrations des résonateurs. Enregistrer la fréquence de résonance du résonateur.
- c) Comparer les fréquences de résonance obtenues par l'essai initial et le deuxième essai. Si l'écart entre les fréquences de résonance est inférieur à 1 ppm^1 de la fréquence de résonance mesurée par le deuxième essai, l'essai initial ou le deuxième essai peut être considéré comme donnant la réponse amplitude-fréquence et la réponse phase-fréquence exactes. Si l'écart entre les fréquences de résonance dépasse 1 ppm de la fréquence de résonance mesurée par le deuxième essai, il convient de mettre en œuvre le troisième balayage de fréquence avec un intervalle de fréquence encore plus faible, jusqu'à ce que l'écart entre la dernière fréquence de résonance soumise à essai et la précédente soit inférieur à 1 ppm de la fréquence de résonance mesurée lors du dernier essai.

6 Méthode d'essai pour le facteur de flexion de la réponse en fréquence de vibration non linéaire

- a) Soumettre à l'essai la réponse amplitude-fréquence de vibration non linéaire du résonateur MEMS conformément à la méthode présentée à l'Article 5. Obtenir la fréquence de résonance ω_r et l'amplitude de résonance a_r .
- b) Le facteur de flexion peut être calculé en remplaçant la fréquence de résonance ω_r et l'amplitude de résonance a_r dans la Formule (A.11) comme représenté à l'Annexe A. La valeur de ω_h peut être déterminée par sa valeur théorique.

¹ ppm = partie par million

$$b = \frac{\omega_r - \omega_n}{a_r^2} \quad (1)$$

7 Méthode d'essai pour le seuil d'amplitude pour le saut non linéaire

- Obtenir le facteur de flexion de la réponse amplitude-fréquence du résonateur MEMS au moyen de la méthode définie à l'Article 6.
- Le phénomène de saut non linéaire est présenté à l'Annexe B, Figure B.1. Le seuil d'amplitude pour le saut non linéaire peut être calculé en remplaçant le facteur de flexion b dans la Formule (2).

$$a_c = \sqrt{\frac{4\omega_n}{3\sqrt{3}Q|b|}} \quad (2)$$

où

a_c est le seuil d'amplitude pour le saut non linéaire;

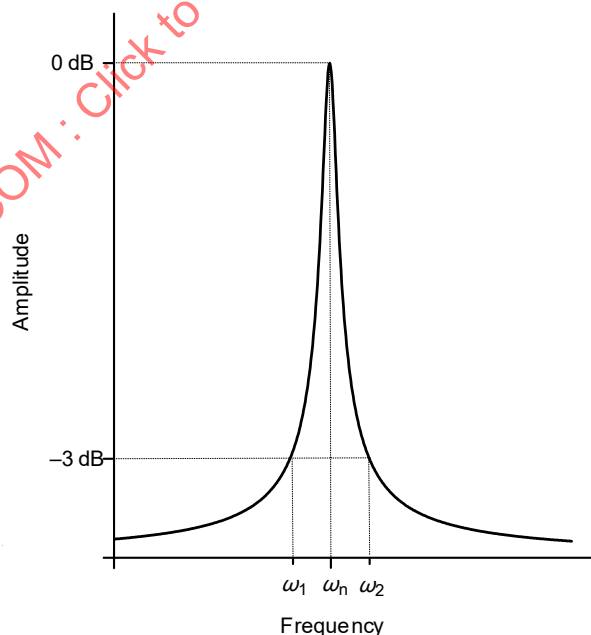
Q est le facteur de qualité du résonateur avec vibration linéaire.

La valeur de Q peut être obtenue par la formule suivante:

$$Q = \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1} \quad (3)$$

où

ω_1 et ω_2 sont les points limites de la largeur de bande de -3 dB de la réponse amplitude-fréquence linéaire, qui est représentée sur la Figure 2.



IEC

Anglais	Français
Amplitude	Amplitude
Frequency	Fréquence

Figure 2 – Largeur de bande de -3 dB de la réponse amplitude-fréquence linéaire

8 Méthode d'essai pour l'écart de fréquence résultant de la vibration non linéaire

8.1 Ecart de fréquence du système en boucle fermée à auto-excitation

- Obtenir le facteur de flexion de la réponse amplitude-fréquence du résonateur MEMS au moyen de la méthode définie à l'Article 6.
- L'écart de fréquence du système en boucle fermée à auto-excitation peut être calculé en remplaçant le facteur de flexion b dans la Formule (C.3).

$$E_1 = \frac{ba_s^2}{\omega_n} \times 100 \% \quad (4)$$

8.2 Ecart de fréquence du système en boucle fermée à verrouillage de phase

- Obtenir le facteur de flexion de la réponse amplitude-fréquence du résonateur MEMS au moyen de la méthode définie à l'Article 6.
- L'écart de fréquence du système en boucle fermée à verrouillage de phase peut être calculé en remplaçant le facteur de flexion b dans la Formule (C.12).

$$E_2 = \frac{ba_{\pi/2}^2}{\omega_n} \times 100 \% \quad (5)$$

8.3 Ecart de fréquence du système à excitation par salve

- Obtenir le facteur de flexion de la réponse amplitude-fréquence du résonateur MEMS au moyen de la méthode définie à l'Article 6.
- L'écart de fréquence du système en boucle fermée à excitation par salve peut être calculé en remplaçant le facteur de flexion b dans la Formule (6).

$$E_2 = \frac{ba^2}{\omega_n} e^{-\frac{1}{Q}\omega_n t} \quad (6)$$

où

t est le moment de définition de $t=0$ lors de la déconnexion de l'excitation;

e est la constante naturelle.

Annexe A (normative)

Modèle de vibration non linéaire des résonateurs MEMS et facteur de flexion

A.1 Modèle de vibration non linéaire des résonateurs MEMS

Le comportement en vibration des résonateurs MEMS peut être illustré par l'équation de Duffing qui est représentée dans la Formule (A.1)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1x + k_3x^3 = F^* \cos(\omega t) \quad (\text{A.1})$$

où

m est la masse équivalente du résonateur;

c est le coefficient d'amortissement;

k_1 est le coefficient de rigidité linéaire;

k_3 est le coefficient de rigidité non linéaire;

F^* est l'amplitude de la force d'entraînement;

ω est la fréquence de la force d'entraînement;

x est le déplacement des vibrations;

t est le temps.

Puis transformer la Formule (A.1) en la divisant par la masse équivalente, m :

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = -\frac{c}{m} \dot{x} - \frac{k_3}{m} x^3 + \frac{F^*}{m} \cos(\omega t) \quad (\text{A.2})$$

Pour un résonateur réel, le terme non linéaire $-k_3x^3/m$ dans la Formule (A.2) est faible. Par conséquent, un petit paramètre ε est introduit pour mettre en œuvre l'algorithme à échelles multiples. La Formule (A.2) est transformée en:

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = -2\varepsilon\mu\dot{x} - \varepsilon\alpha x^3 + F \cos(\omega t) \quad (\text{A.3})$$

où

$$\alpha = \frac{k_3}{m\varepsilon} \quad (\text{A.4})$$

$$\mu = \frac{c}{2m\varepsilon} \quad (\text{A.5})$$

$$F = \frac{F^*}{m} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Solution du modèle de vibration non linéaire

La solution du modèle de vibration non linéaire est dérivée par l'algorithme à échelles multiples qui est représenté dans la Formule (A.7).

$$x = a \cos(\omega t - \varphi) + O(\varepsilon) \quad (\text{A.7})$$

où

a est l'amplitude de vibration des résonateurs MEMS;

φ est le retard de phase entre le déplacement de vibration du résonateur MEMS et la force;

$O(\varepsilon)$ est le symbole infinitésimal de même ordre de ε .

La réponse amplitude-fréquence du résonateur MEMS est représentée dans la Formule (A.8) en une expression implicite.

$$\omega = \omega_n + ba^2 \pm \sqrt{\frac{F^2}{4\omega_n^2 a^2} - \varepsilon^2 \mu^2} \quad (\text{A.8})$$

où

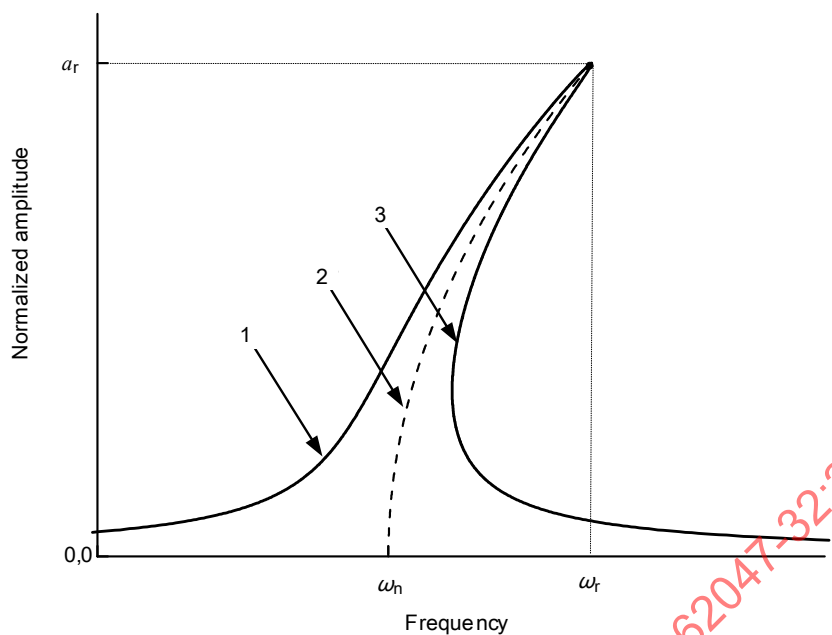
$$b = \frac{3a\varepsilon}{8\omega_n} \quad (\text{A.9})$$

La réponse phase-fréquence du résonateur MEMS est représentée dans la Formule (A.10) en une expression implicite.

$$\omega = \omega_n + b \frac{F^2}{4\varepsilon^2 \omega_n^2 \mu^2} \sin^2 \varphi - \mu \varepsilon \cot \varphi \quad (\text{A.10})$$

A.3 Facteur de flexion de la réponse amplitude-fréquence

La réponse amplitude-fréquence non linéaire du résonateur MEMS peut être dérivée de la Formule (A.8), qui est représentée dans la Figure A.1. La courbe entre les branches gauche et droite est la courbe centrale.



IEC

Anglais	Français
Normalized amplitude	Amplitude normalisée
Frequency	Fréquence
Left branch	Branche gauche
Bone curve	Courbe centrale
Right branch	Branche droite

Légende

- 1 branche gauche
- 2 courbe centrale
- 3 branche droite

Figure A.1 – Réponse amplitude-fréquence typique de la vibration non linéaire du résonateur MEMS

La courbe centrale est de forme parabolique, ce qui peut être représenté par la Formule (A.11).

$$a = \sqrt{\frac{\omega - \omega_n}{b}} \quad (\text{A.11})$$

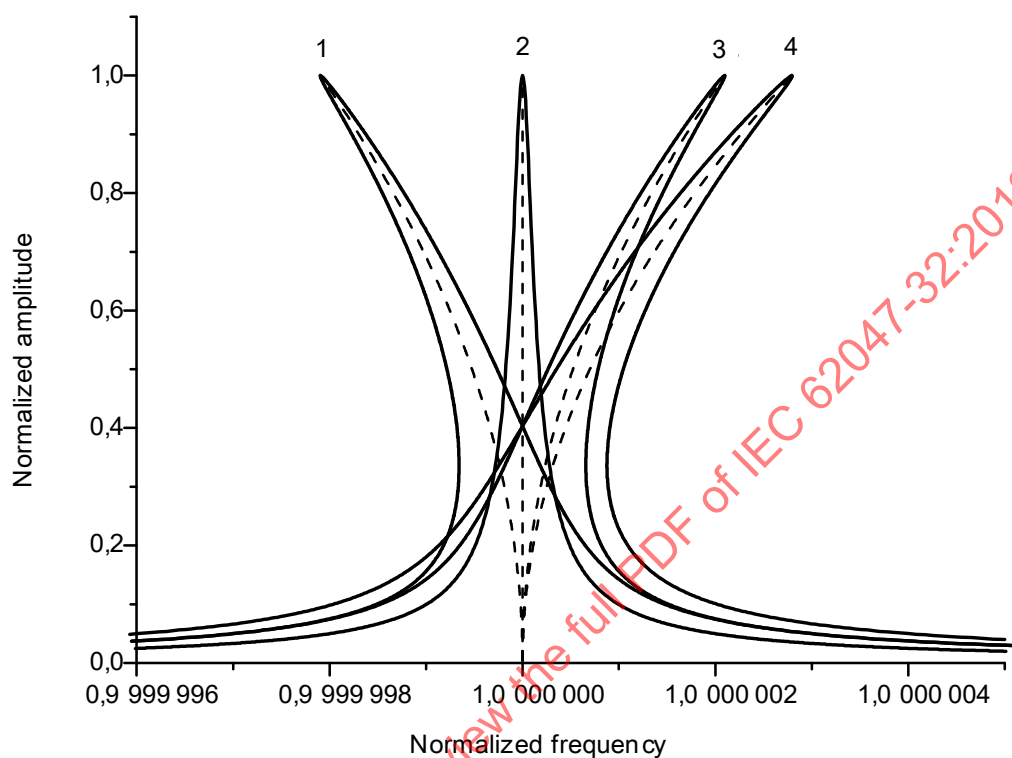
où

ω_n est la fréquence naturelle du résonateur.

Le paramètre b de la Formule (A.11) est le facteur de flexion, qui peut être obtenu en remplaçant le point de résonance (ω_r, a_r) dans la Formule (A.11).

$$b = \frac{\omega_r - \omega_n}{a_r^2} \quad (\text{A.12})$$

L'intensité de la vibration non linéaire est appréciée par le facteur de flexion b . La Figure A.2 représente la variation de la réponse amplitude-fréquence non linéaire en fonction du facteur de flexion. La réponse amplitude-fréquence avec un facteur de flexion négatif fléchit vers la fréquence inférieure, ce qui est noté comme effet de ressort adoucissant. Celle avec un facteur de flexion positif fléchit vers la fréquence supérieure, ce qui est noté comme effet de ressort durcissant. La réponse amplitude-fréquence avec $b = 0$ indique la vibration linéaire.



IEC

Légende

- 1 $b_1 < 0$
- 2 $b_2 = 0$
- 3 $b_3 > 0$
- 4 $b_4 > 0$ et $b_4 > b_3$

Anglais	Français
Normalized amplitude	Amplitude normalisée
Normalized frequency	Fréquence normalisée
$b_4 > 0$ and $b_4 > b_3$	$b_4 > 0$ et $b_4 > b_3$

Figure A.2 – Variation de la réponse amplitude-fréquence en fonction du facteur de flexion