NORME INTERNATIONALE

INTERNATIONAL STANDARD

CEI
IEC
1078

Première édition
First edition
1991-11

Techniques d'analyse de la sûreté de fonctionnement – Méthode du diagramme de fiabilité

Analysis techniques for dependability – Reliability block diagram method

Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 1078: 1991

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles auprès du Bureau Central de la CEI.

Les renseignements relatifs à ces révisions, à l'établissement des éditions révisées et aux amendements peuvent être obtenus auprès des Comités nationaux de la CEI et dans les documents ci-dessous:

- **Bulletin de la CEI**
- **Annuaire de la CEI**
  Publié annuellement
- **Catalogue des publications de la CEI**
  Publié annuellement et mis à jour régulièrement

Terminologie

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 50: *Vocabulaire Electrotechnique International* (VEI), qui se présente sous forme de chapitres séparés traitant chacun d'un sujet défini. Des détails complets sur le VEI peuvent être obtenus sur demande. Voir également le dictionnaire multilingue de la CEI.

Les termes et définitions figurant dans la présente publication ont été soit tirés du VEI, soit spécifiquement approuvés aux fins de cette publication.

Symboles graphiques et littéraux

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera:

– la CEI 27: *Symboles littéraux à utiliser en électro-technique;*

– la CEI 417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles;*

– la CEI 617: *Symboles graphiques pour schémas;*

et pour les appareils électromédicaux,

– la CEI 878: *Symboles graphiques pour équipements électriques en pratique médicale.*

Les symboles et signes contenus dans la présente publication ont été soit tirés de la CEI 27, de la CEI 417, de la CEI 617 et/ou de la CEI 878, soit spécifiquement approuvés aux fins de cette publication.

Publications de la CEI établies par le même comité d'études

L'attention du lecteur est attirée sur les listes figurant à la fin de cette publication, qui énumèrent les publications de la CEI préparées par le comité d'études qui a établi la présente publication.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available from the IEC Central Office.

Information on the revision work, the issue of revised editions and amendments may be obtained from IEC National Committees and from the following IEC sources:

- **IEC Bulletin**
- **IEC Yearbook**
  Published yearly
- **Catalogue of IEC publications**
  Published yearly with regular updates

Terminology

For general terminology, readers are referred to IEC 50: *International Electrotechnical Vocabulary* (IEV), which is issued in the form of separate chapters each dealing with a specific field. Full details of the IEV will be supplied on request. See also the IEC Multilingual Dictionary.

The terms and definitions contained in the present publication have either been taken from the IEV or have been specifically approved for the purpose of this publication.

Graphical and letter symbols

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications:

– IEC 27: *Letter symbols to be used in electrical technology;*

– IEC 417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets;*

– IEC 617: *Graphical symbols for diagrams;*

and for medical electrical equipment,

– IEC 878: *Graphical symbols for electromedical equipment in medical practice.*

The symbols and signs contained in the present publication have either been taken from IEC 27, IEC 417, IEC 617 and/or IEC 878, or have been specifically approved for the purpose of this publication.

IEC publications prepared by the same technical committee

The attention of readers is drawn to the end pages of this publication which list the IEC publications issued by the technical committee which has prepared the present publication.

NORME INTERNATIONALE
INTERNATIONAL STANDARD

CEI
IEC
1078

Première édition
First edition
1991-11

Techniques d'analyse de la sûreté de fonctionnement – Méthode du diagramme de fiabilité

Analysis techniques for dependability – Reliability block diagram method

Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale 3, rue de Varembé Genève, Suisse

IEC
Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE U

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

CONTENTS

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

TECHNIQUES D'ANALYSE DE LA SÛRETÉ DE FONCTIONNEMENT –

MÉTHODE DU DIAGRAMME DE FIABILITÉ

AVANT-PROPOS

1) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par des Comités d'Etudes où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.

2) Ces décisions constituent des recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux.

3) Dans le but d'encourager l'unification internationale, la CEI exprime le voeu que tous les Comités nationaux adoptent dans leurs règles nationales le texte de la recommandation de la CEI, dans la mesure où les conditions nationales le permettent. Toute divergence entre la recommandation de la CEI et la règle nationale correspondante doit, dans la mesure du possible, être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

La présente Norme internationale a été établie par le Comité d'Etudes n° 56 de la CEI: Sûreté de fonctionnement.

Le texte de cette norme est issu des documents suivants:

Règle des Six Mois	Rapport de vote
56(BC)137	56(BC)145

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

L'annexe A fait partie intégrante de la présente Norme internationale.

L'annexe B est donnée uniquement à titre d'information.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

ANALYSIS TECHNIQUES FOR DEPENDABILITY –

RELIABILITY BLOCK DIAGRAM METHOD

FOREWORD

1) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by Technical Committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.

2) They have the form of recommendations for international use and they are accepted by the National Committees in that sense.

3) In order to promote international unification, the IEC expresses the wish that all National Committees should adopt the text of the IEC recommendation for their national rules in so far as national conditions will permit. Any divergence between the IEC recommendation and the corresponding national rules should, as far as possible, be clearly indicated in the latter.

This International Standard has been prepared by IEC Technical Committee No. 56: Dependability.

The text of this standard is based on the following documents:

Six Months' Rule	Report on Voting
56(CO)137	56(CO)145

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the Voting Report indicated in the above table.

Annex A forms an integral part of this International Standard.

Annex B is for information only.

INTRODUCTION

Il existe plusieurs méthodes d'analyse de la sûreté de fonctionnement. Les diagrammes de fiabilité en sont une. Avant d'entreprendre une analyse par diagramme, l'analyste examine les objectifs de chaque méthode et détermine dans quelle mesure elle peut être employée pour évaluer la fiabilité et la disponibilité d'un système ou d'un composant donné, seule ou associée à d'autres. Il convient aussi qu'il considère les résultats que peuvent lui apporter les diverses méthodes, qu'il connaisse les données nécessaires pour effectuer l'analyse en question, qu'il estime la complexité de l'analyse et qu'il prenne en considération d'autres facteurs identifiés dans la présente norme.

INTRODUCTION

Different analytical methods of dependability analysis are available, of which the Reliability Block Diagram (RBD) is one. The purposes of each method and their individual or combined applicability in evaluating the reliability and availability of a given system or component should be examined by the analyst prior to starting work on the RBD. Consideration should also be given to the results obtainable from each method, data required to perform the analysis, complexity of analysis, and other factors identified in this standard.

TECHNIQUES D'ANALYSE DE LA SÛRETÉ DE FONCTIONNEMENT –

MÉTHODE DU DIAGRAMME DE FIABILITÉ

1 Domaine d'application

La présente Norme internationale décrit des procédures pour modéliser la sûreté de fonctionnement d'un système et pour utiliser le modèle qui en résulte afin de calculer des mesures de fiabilité et de disponibilité.

Un ensemble normatif de symboles propres aux paramètres de fiabilité est donné dans l'annexe A. Quelques formules sont présentées dans l'annexe B.

2 Références normatives

Le document normatif suivant contient des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente Norme internationale. Au moment de la publication, l'édition indiquée était en vigueur. Tout document normatif est sujet à révision et les parties prenantes aux accords fondés sur la présente Norme internationale sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer l'édition la plus récente du document normatif indiqué ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

CEI 50(191): 1990, *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI), Chapitre 191: Sûreté de fonctionnement et qualité de service.*

3 Définitions

Les termes et les définitions sont conformes au chapitre 191 du Vocabulaire Electrotechnique International (VEI).

4 Symboles

Les symboles et les abréviations sont donnés en annexe A.

5 Application

Un diagramme de fiabilité est une représentation graphique d'un comportement fonctionnel du système. Il décrit les liens logiques entre composants indispensables au succès du système.

Les techniques de modélisation décrites sont destinées à des systèmes qu'on ne répare pas et pour lesquels l'ordre d'apparition de défaillances qui surviennent est sans importance. Lorsqu'il faut tenir compte de l'ordre d'apparition de défaillances ou quand on a affaire à des systèmes que l'on répare, il est préférable d'avoir recours à des techniques comme l'analyse par graphe de Markov. On estime qu'un élément, à un instant donné, ne

ANALYSIS TECHNIQUES FOR DEPENDABILITY –

RELIABILITY BLOCK DIAGRAM METHOD

1 Scope

This International Standard describes procedures for modelling the dependability of a system and for using the model in order to calculate reliability and availability measures.

A standard set of symbols related to reliability parameters is given in annex A. Some formulae are given in Annex B.

2 Normative references

The following normative document contains provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this International Standard. At the time of publication, the edition indicated was valid. All normative documents are subject to revision, and parties to agreements based on this International Standard are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent edition of the normative document listed below. Members of IEC and ISO maintain registers of currently valid International Standards.

IEC 50 (191): 1990, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV), Chapter 191: Dependability and quality of service.*

3 Definitions

Terms and definitions are in accordance with the International Electrotechnical Vocabulary (IEV), Chapter 191.

4 Symbols

Symbols and abbreviations are given in annex A.

5 Applicability

An RBD is a pictorial representation of a system's reliability performance. It shows the logical connection of (functioning) components needed for system success.

The modelling techniques described are intended to be applied primarily to systems without repair and where the order in which failures occur does not matter. For systems where the order of failures must be taken into account or where repairs are to be carried out, other modelling techniques, such as Markov analysis, are more suitable. At any instant in time, an item is considered to be in only one of two possible states: operational or faulty.

peut être que dans un des deux états suivants: en fonctionnement ou en panne. Dans la représentation symbolique, il n'y a pas de différence entre un circuit ouvert, un court-circuit ou un autre mode de panne. Par contre, dans l'évaluation numérique, on peut faire cette distinction.

6 Définition des pannes du système et exigences de fiabilité

6.1 *Généralités*

Avant même de construire des modèles de fiabilité pour un système, il faut bien comprendre comment le système considéré fonctionne. On doit souvent définir plus d'une panne pour un système. Il convient donc de définir et d'énumérer ces pannes.

De plus, il y a lieu de donner clairement, dans le cadre de la définition du système, une description exacte:

- de ses fonctions;
- des paramètres de fonctionnement et des limites tolérées pour ces paramètres;
- des conditions liées à l'environnement et à l'exploitation du système.

On peut employer diverses techniques d'analyse qualitative pour obtenir un diagramme de fiabilité. Le succès du système dépend de l'occurrence d'une ou de plusieurs défaillances. Donc, la définition de la panne du système nécessite d'être établie. Pour chaque panne à considérer, l'étape suivante consiste à diviser le système en blocs fonctionnels adaptés à l'objectif de l'analyse de fiabilité. Des blocs particuliers peuvent représenter des sous-structures du système qui, à leur tour, peuvent être représentées par d'autres diagrammes de fiabilité (réduction du système).

Il existe plusieurs méthodes d'évaluation quantitative d'un diagramme de fiabilité. Selon le type de la structure, on peut avoir recours à des techniques booléennes simples et/ou à l'analyse des chemins ou des coupes pour obtenir une estimation quantitative de la fiabilité et de la disponibilité du système à partir de données de fiabilité (disponibilité des composants de base).

Soulignons à ce propos qu'un diagramme de fiabilité ne donne pas nécessairement les relations entre les éléments du matériel. Même si ce fait est évident pour des ingénieurs fiabilistes de longue date, il ne l'est pas pour tous.

6.2 *Précisions*

6.2.1 *Fonctionnement du système*

Un système peut être employé pour plus d'un mode de fonctionnement. Si des systèmes séparés étaient pris pour effectuer chaque mission, ces missions seraient traitées indépendamment des autres et il faudrait, de ce fait, établir des modèles de fiabilité indépendants. Si le même système remplit toutes ces fonctions, il est opportun d'établir des diagrammes séparés pour chaque type de fonctionnement. La fiabilité requise pour chaque aspect du fonctionnement du système doit être clairement indiquée.

6.2.2 *Conditions d'environnement*

Aux spécifications sur le fonctionnement du système il convient de joindre une description des conditions du milieu dans lequel le système est censé fonctionner. Il convient que

In the symbolic representation, no distinction is made between open circuit, short circuit or other fault modes; however, in the numerical evaluation this is possible.

6 System fault definitions and reliability requirements

6.1 *General considerations*

A prerequisite for constructing system reliability models is a sound understanding of the ways in which the system can operate. Systems often require more than one fault definition. These should be defined and listed.

In addition there should be clear statements concerning:

- functions to be performed;
- performance parameters and permissible limits on such parameters;
- environmental and operating conditions.

Various qualitative analysis techniques may be employed in the construction of an RBD. Therefore the system's fault definition has to be established. The system success is dependent on one or more system failures. For each system fault definition the next step is to divide the system into logical blocks appropriate to the purpose of the reliability analysis. Particular blocks may represent system substructures, which in turn may each be represented by other RBDs (system reduction).

For the quantitative evaluation of an RBD, various methods are available. Depending on the type of structure, simple Boolean techniques and/or path and cut set analyses may be employed. Calculations may be made using basic component reliability/availability data.

It should be noted that a reliability block diagram does not necessarily represent the way the hardware is physically connected. While this is obvious to experienced reliability engineers, it may not be so to others.

6.2 *Detailed considerations*

6.2.1 *System operation*

It may be possible to use a system for more than one functional mode. If separate systems were used for each mode, such modes should be treated independently of the rest, and separate reliability models should be used accordingly. If the same system were used to perform all these functions, then separate diagrams should be used for each type of operation. Clear statements of the reliability requirements associated with each aspect of system operation is a prerequisite.

6.2.2 *Environmental conditions*

The system performance specifications should be accompanied by a description of the environmental conditions under which the system is designed to operate. This should

soient décrites toutes les conditions auxquelles sera soumis le système pendant son transport, son stockage et son utilisation.

Une pièce particulière d'un matériel sert souvent dans plus d'un environnement, par exemple à bord d'un bateau, dans un avion ou au sol. Dans ce cas, la fiabilité peut être évaluée à chaque fois à l'aide du même diagramme logique de fiabilité, mais en prenant des taux de défaillance différents pour chaque nouvel environnement.

6.2.3 *Cycles de fonctionnement*

Il convient que soient établies les relations entre le temps calendaire, le temps de fonctionnement et les cycles de mise en marche ou de mise à l'arrêt. Quand on peut supposer que la mise en marche et l'arrêt des matériels ne sont pas, en eux-mêmes, des causes de défaillance, et lorsqu'on peut considérer que le taux de défaillance des matériels pendant le stockage est négligeable, il suffit d'étudier la période de fonctionnement des matériels en question.

Toutefois, la mise en marche et l'arrêt sont parfois les causes principales de défaillance des matériels et ceux-ci peuvent avoir un taux de défaillance plus important pendant leur stockage que pendant leur fonctionnement. Pour des systèmes complexes dont certaines parties sont mises en marche et arrêtées, des techniques de modélisation autres que les diagrammes de fiabilité (par exemple l'analyse par graphe de Markov) sont alors mieux adaptées.

7 Modèles élémentaires

7.1 *Elaboration du modèle*

La première étape consiste à choisir une définition de la panne du système. Un diagramme de fiabilité différent peut être nécessaire pour chaque définition. Ensuite, on divise le système en «blocs» de matériel pour refléter le comportement logique du système de sorte que chaque bloc soit statistiquement indépendant et aussi grand que possible tout en ne comportant aucune redondance. Pour faciliter l'évaluation numérique, il convient que chaque bloc ne contienne que des éléments qui suivent la même distribution statistique pour les temps avant défaillance.

Dans la pratique, avant de parvenir à un diagramme satisfaisant, il sera peut être nécessaire de construire plusieurs diagrammes en se souvenant chaque fois des étapes citées ci-dessus.

Lors de l'étape suivante, on se reporte à la définition de la panne du système et l'on trace le diagramme qui relie les blocs les uns aux autres pour former le «chemin du succès». Comme on peut le voir sur les figures ci-après, le diagramme est fait de sorte que les divers chemins, de la donnée d'entrée à la donnée de sortie, traversent les combinaisons de blocs qui doivent «fonctionner» pour que le système «fonctionne». Si tous les blocs doivent être préservés pour que le système «fonctionne», le diagramme logique sera composé de blocs joints en série comme en figure 1.

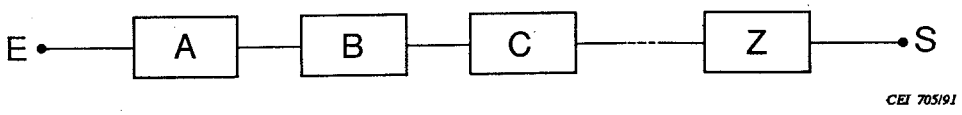

Figure 1

include a description of all the conditions to which the system will be subjected during transportation, storage and use.

A particular piece of equipment is often used in more than one environment, for example on board ship, in an aircraft or on the ground. When this is so, reliability evaluations may be carried out using the same reliability block diagram each time but using the appropriate failure rates for each environment.

6.2.3 *Duty cycles*

The relationship between calendar time, operating time and on/off cycles should be established. When it can be assumed that the process of switching equipment on and off does not in itself promote failures, and that the failure rate of equipment in storage can be negligible, then only the actual operational time of the equipment need be considered.

However, in some instances the process of switching on and off is in itself the prime cause of equipment failure, and equipment may have a higher failure rate in storage than when operational. In complex cases where only parts of the system are switched on and off, modelling techniques other than reliability block diagrams (e.g. Markov analysis) may be more suitable.

7 Elementary models

7.1 *Developing the model*

The first step is to select a system success definition. If more than one definition is possible a separate reliability block diagram may be required for each. The next step is to divide the system into blocks of equipment to reflect its logical behaviour of the system so that each block is statistically independent and as large as possible. At the same time each block should contain (where possible) no redundancy. For ease of numerical evaluation, each block should contain only those items which follow the same statistical distributions for times to failure.

In practice it may be necessary to make repeated attempts at constructing the block diagram (each time bearing in mind the steps referred to above) before a suitable block diagram is finalized.

The next step is to refer to the system fault definition and construct a diagram that connects the blocks to form a "success path". As indicated in the diagrams that follow, the various paths, between the input and output ports of the diagram, pass through those combinations of blocks which must function in order that the system functions. If all the blocks are required to function for the system to function then the corresponding block diagram will be one in which all the blocks are joined in series as illustrated in figure 1.

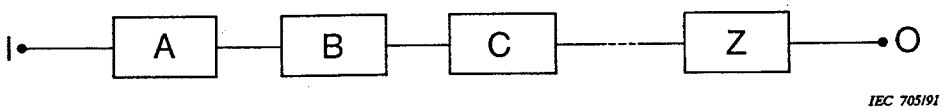

Figure 1

Sur ce diagramme, «E» est la donnée d'entrée, «S» la donnée de sortie et A, B, C ... Z sont des blocs qui, ensemble, forment le système. Les diagrammes de ce type sont connus sous le nom de «diagrammes de fiabilité en série».

Le diagramme aura un aspect différent si la défaillance d'un composant ou «bloc» n'a pas de répercussion sur le fonctionnement du système, compte tenu de la définition de la panne du système. Si, dans l'exemple cité plus haut, toute la liaison est doublée (rendue redondante), le diagramme apparaîtra sous la forme représentée sur la figure 2. Si, toutefois, tous les blocs dans la liaison sont doublés, le diagramme aura l'aspect de la figure 3.

On appelle ces diagrammes des diagrammes de fiabilité en parallèle. Les diagrammes employés pour modéliser la fiabilité des systèmes sont souvent des diagrammes à la fois en série et en parallèle. On aurait ce type de diagramme si on considérait un exemple consistant, d'une part, en une liaison de communication doublée comprenant trois répéteurs A, B et C et, d'autre part, en un dispositif commun d'alimentation (D). Le diagramme ainsi tracé correspondrait aux figures 4 et 5.

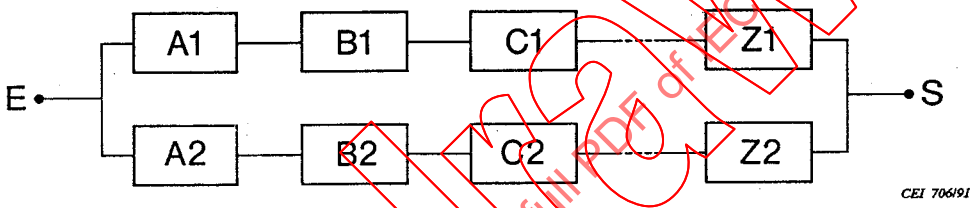

Figure 2

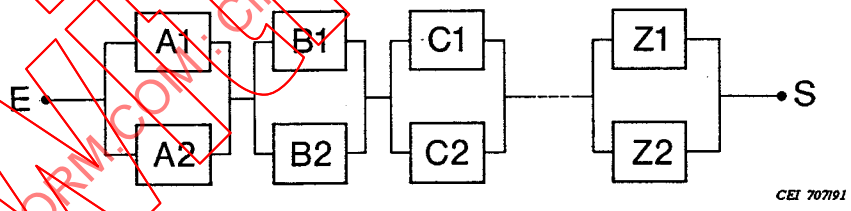

Figure 3

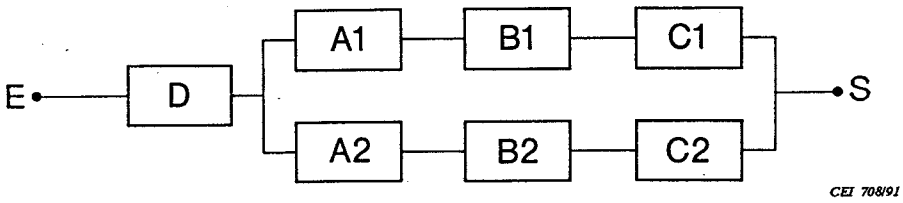

Figure 4

In this diagram "I" is the input port, "O" the output port and A, B, C ... Z are the blocks which together constitute the system. Diagrams of this type are known as "series reliability block diagrams".

A different type of block diagram is needed when failure of one component or "block" does not affect system performance as far as the system fault definition is concerned. If in the above instance the entire link is duplicated (made redundant), then the block diagram is as illustrated by figure 2. If, however, each block within the link is duplicated the block diagram is as illustrated by figure 3.

Diagrams of this type are known as parallel reliability block diagrams. Block diagrams used for modelling system reliability are often mixtures of series and parallel diagrams. Such a diagram would arise if we were to consider an example consisting of a duplicated communication link comprising three repeaters A, B and C, and a common power supply item (D). The resulting diagram would become as illustrated in figures 4 and 5.

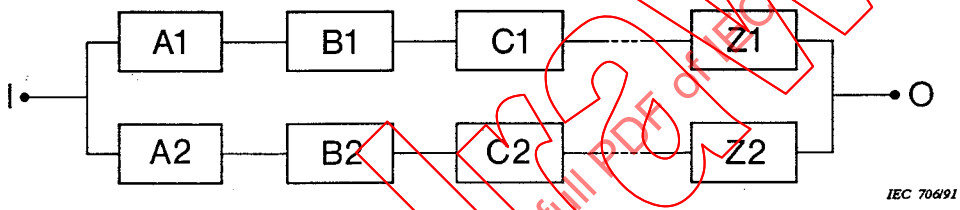

Figure 2

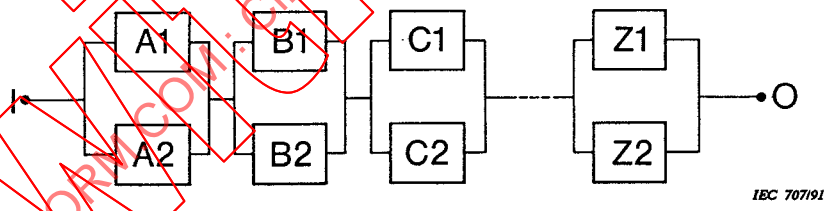

Figure 3

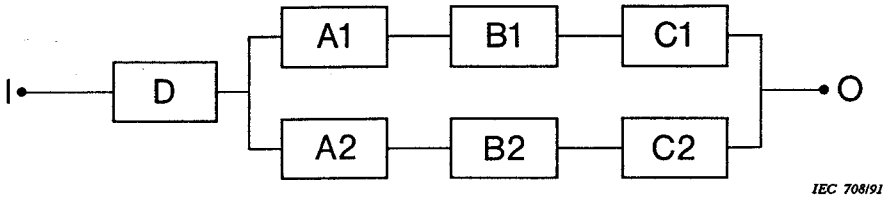

Figure 4

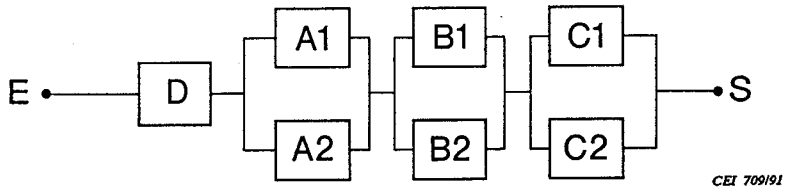

Figure 5

On suppose que la défaillance d'un bloc n'entraîne pas la défaillance de TOUT autre bloc du système (prise en compte d'une indépendance statistique). En particulier, la défaillance d'un bloc doublé ne doit pas se répercuter sur les alimentations électriques ni sur les sources de signaux.

On éprouve souvent le besoin de modéliser des systèmes qui acceptent la définition suivante du succès: *m*, ou plus, de *n* entités reliées en parallèle sont nécessaires au bon fonctionnement du système. Le diagramme revêt alors la forme des figures 6 ou 7.

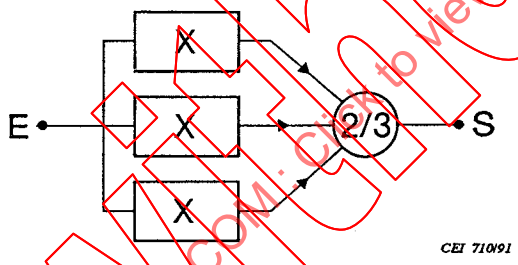

Figure 6

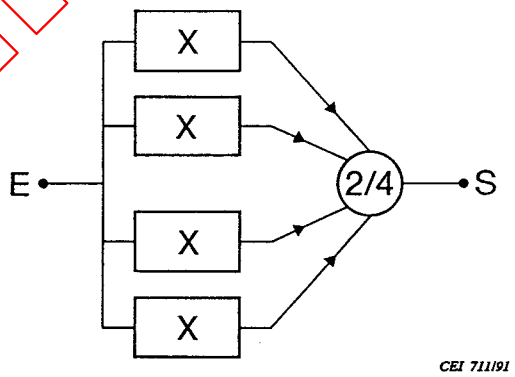

Figure 7

Ainsi, sur la figure 6, on tolère la défaillance d'une entité, mais on juge inacceptable une défaillance qui touche plusieurs de ces entités.

Il est facile de comprendre la plupart des diagrammes de fiabilité. D'autre part, les conditions du succès du système sont évidentes. Toutefois, tous les diagrammes ne peuvent pas être réduits à des combinaisons de systèmes en série ou de systèmes en parallèle. Le diagramme de la figure 8 est un exemple.

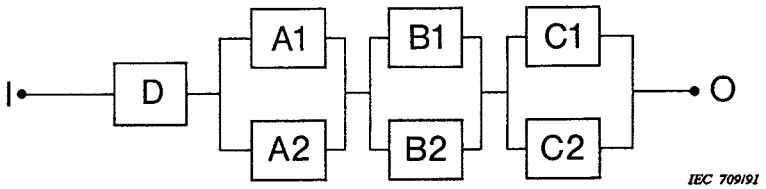

Figure 5

On account of the statistical independence stated above, failure of any block must not give rise to change in the probability of failure of ANY other block within the system. In particular, failure of a duplicated block must not affect system power supplies or signal sources.

The need frequently arises to model systems where the success definition is that *m* or more of *n* items connected in parallel are required for system success. The block diagram then takes the form of figure 6 or figure 7.

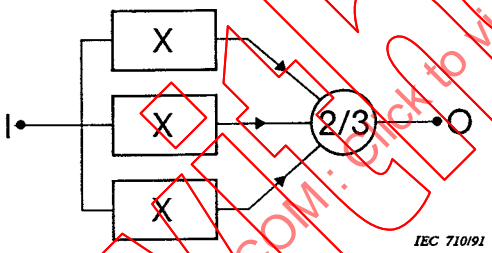

Figure 6

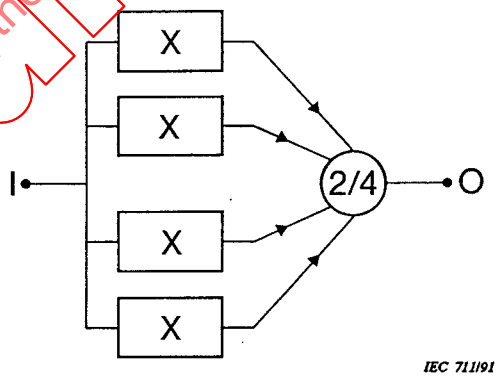

Figure 7

Thus, in figure 6, the failure of one item is tolerated but two or more are not.

Most reliability block diagrams are easily understood and the requirements for system success are evident. Not all block diagrams, however, can be simplified to combinations of series or parallel systems. The diagram in figure 8 is an example.

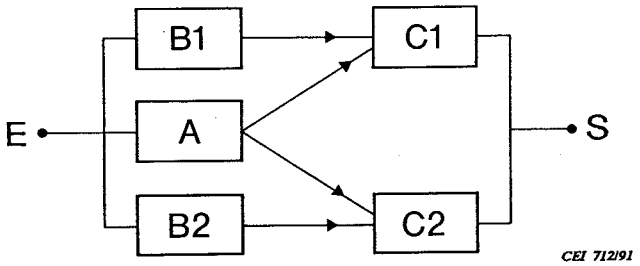

Figure 8

Là encore, le diagramme est parlant. Pour que le système réussisse à remplir sa fonction, il faut que marchent ensemble les entités B1 et C1, ou les entités A et C1 ou encore A et C2 ou enfin B2 et C2 ... mais non pas B1 et C2 ou B2 et C1 . La figure 8 pourrait représenter l'alimentation en carburant des moteurs d'un avion léger. L'entité B1 correspond à l'alimentation du moteur à bâbord (C1), l'entité B2 à celle du moteur à tribord (C2) et l'entité A à l'alimentation de secours des deux moteurs. Selon la définition du système de panne, il faut que les deux moteurs tombent en panne pour que l'avion lui-même tombe en panne.

On peut remarquer qu'aucun bloc n'apparaît plus d'une fois dans les diagrammes présentés ci-dessus. Pour ce type de diagramme, les procédures qui permettent de trouver la formule de la fiabilité sont décrites à l'article 8.

7.2 *Evaluation du modèle*

La fiabilité d'un système $R_S(t)$ est la probabilité qu'un système puisse accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps (0, t) donné. Elle est en général définie par la relation:

$$R_S(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(u)\,du\right]$$

où $\lambda(u)$ est le taux de défaillance du système au temps $t = u$, u étant une variable fictive. Par la suite, (t) sera omis de sorte que $R_S(t)$ s'écrira R_S. La défiabilité (probabilité de défaillance), F_S, est définie par:

$$F_S = 1 - R_S$$

7.2.1 *Modèles en série*

Pour les systèmes représentés dans la figure 1, la fiabilité R_S est donnée par l'expression simple:

$$R_S = R_A\ R_B\ R_C \ldots\ldots R_Z \qquad (1)$$

donc, en multipliant les fiabilités de tous les blocs formant le système.

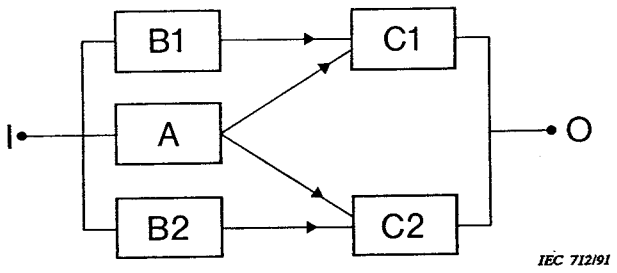

Figure 8

Again, the diagram is self-explanatory. System success is achieved if items B1 and C1 are working both, or items A and C1, or A and C2, or finally B2 and C2, only B1 and C2 or B2 and C2 are not enough for the system to work. Figure 8 could represent the fuel supply to engines of a light aircraft. Item B1 represents the supply to the port engine (C1), item B2 the supply to the starboard engine (C2) and item A a backup supply to both engines. The system fault definition is that both engines must fail before the aircraft fails.

Notice that in all the above diagrams, no block appears more than once in a given diagram. The procedures for developing the reliability expression for diagrams of this type are outlined in clause 8.

7.2 *Evaluating the model*

The reliability of a system, $R_S(t)$, is the probability that a system can perform a required function under given conditions for a given time interval $(0, t)$. In general it is defined by the relationship:

$$R_S(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(u)\,du\right]$$

where $\lambda(u)$ denotes the system failure rate at $t = u$, u being a dummy variable. In what follows $R_S(t)$ will be written for simplicity as R_S. The unreliability of a system (probability of failure), F_S, is given by:

$$F_S = 1 - R_S$$

7.2.1 *Series models*

For systems as illustrated by figure 1, the system reliability R_S is given by the simple expression:

$$R_S = R_A\ R_B\ R_C\ \ldots\ldots\ R_Z \qquad (1)$$

i.e. by multiplying together the reliabilities of all the blocks constituting the system.

7.2.2 *Modèles en parallèle*

En ce qui concerne les systèmes du type représenté sur la figure 9, la probabilité de défaillance du système (F_S) est donnée par l'expression:

$$F_S = F_A F_B$$

Ici, la fiabilité (R_S) du système est:

$$R_S = R_A + R_B - R_A R_B \quad (2)$$

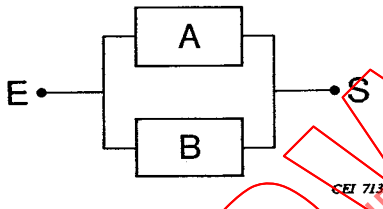

Figure 9

Les formules (1) et (2) peuvent être combinées. Ainsi, si nous avons affaire à un système comme celui de la figure 2, mais qui ne comporte que trois entités dans chaque branche, la fiabilité du système s'écrira:

$$R_S = R_{A1} R_{B1} R_{C1} + R_{A2} R_{B2} R_{C2} - R_{A1} R_{B1} R_{C1} R_{A2} R_{B2} R_{C2} \quad (3)$$

De même, pour la figure 3, on a:

$$R_S = (R_{A1} + R_{A2} - R_{A1} R_{A2}) (R_{B1} + R_{B2} - R_{B1} R_{B2}) (R_{C1} + R_{C2} - R_{C1} R_{C2}) \quad (4)$$

En ce qui concerne les systèmes des figures 4 et 5, on obtient les formules de la fiabilité simplement en multipliant les expressions (3) et (4) par R_D.

7.2.3 *Modèles en m sur n (entités identiques)*

La formule de la fiabilité du système pour les figures 6 et 7 est légèrement plus complexe que les expressions mentionnées ci-dessus. En général, si l'on peut représenter la fiabilité d'un système par n entités identiques en parallèle dont m entités sur n sont nécessaires au bon fonctionnement du système, la fiabilité du système R_S est donnée par:

$$R_S = \sum_{r=0}^{n-m} \binom{n}{r} R^{n-r} (1 - R)^r \quad (5)$$

Donc, la fiabilité du système représenté sur la figure 6, est donnée par:

$$R_S = R^3 + 3R^2 (1 - R) = 3R^2 - 2R^3 \quad (6)$$

où R est la fiabilité de chaque entité.

7.2.2 *Parallel models*

For systems of the type illustrated by figure 9, the system probability of failure (F_S) is given by:

$$F_S = F_A\, F_B$$

Hence system reliability (R_S) is given by

$$R_S = R_A + R_B - R_A\ R_B \qquad (2)$$

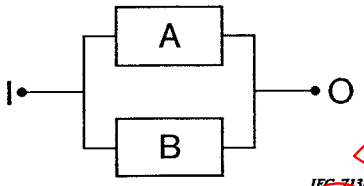

Figure 9

Formulae (1) and (2) can be combined. Thus if we have a system as depicted by figure 2, but with only three items in each branch, the system reliability is:

$$R_S = R_{A1}\, R_{B1}\, R_{C1} + R_{A2}\, R_{B2}\, R_{C2} - R_{A1}\, R_{B1}\, R_{C1}\, R_{A2}\, R_{B2}\, R_{C2} \qquad (3)$$

Similarly, for figure 3 we have:

$$R_S = (R_{A1} + R_{A2} - R_{A1}\, R_{A2})\,(R_{B1} + R_{B2} - R_{B1}\, R_{B2})\,(R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}\, R_{C2}) \qquad (4)$$

For figures 4 and 5, the system reliability expressions are obtained simply by multiplying expressions (3) and (4) by R_D.

7.2.3 *m out of n models (identical items)*

The system reliability expression corresponding to figures 6 and 7 is a little more complicated than those above. In general, if the reliability of a system can be represented by n identical items in parallel where m out of n are required for system success, then the system reliability R_S is given by:

$$R_S = \sum_{r=0}^{n-m} \binom{n}{r} R^{n-r}\,(1-R)^r \qquad (5)$$

Thus the reliability of the system illustrated by figure 6 is given by:

$$R_S = R^3 + 3R^2\,(1-R) = 3R^2 - 2R^3 \qquad (6)$$

where R is the reliability of the individual items.

De même, pour la figure 7:

$$R_S = R^4 + 4R^3 (1 - R) + 6R^2 (1 - R)^2 = 3R^4 - 8R^3 + 6R^2 \quad (7)$$

Si les n entités ne sont pas identiques, on recommande une démarche plus globale (voir 8.3).

7.2.4 *Modèles de redondance en attente*

Il est utile de souligner, à ce stade, qu'une autre forme de redondance est fréquemment utilisée ; on l'appelle la redondance en attente. L'agencement des entités est représenté dans la forme la plus simple par le diagramme de la figure 10.

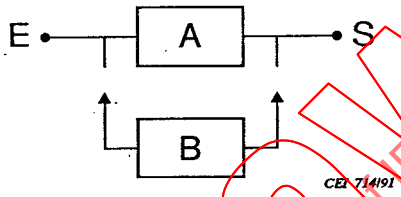

Figure 10

Sur cette figure, l'entité A est l'entité en service, active, et l'entité B est l'entité en attente avant d'être mise en marche en remplacement de l'entité A si cette dernière est défaillante. Les formules déjà établies pour la MDF ne sont pas applicables pour l'évaluation de la fiabilité de système redondant en attente (voir ci-après). Si l'on peut établir qu'en fonctionnement ces deux entités ont un taux de défaillance constant λ et, qu'en attente, leur taux de défaillance est nul, l'expression qui donne la fiabilité du système est:

$$R_S (t) = e^{-\lambda t} (1 + \lambda t)$$

S'il y a n entités en attente, cette expression devient:

$$R_S(t) = e^{-\lambda t} \left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \cdots + \frac{(\lambda t)^n}{n!} \right]$$

Notons qu'il convient que, pour être pratique, un diagramme comprenne des blocs qui représentent la fiabilité du commutateur et du mécanisme de détection, qui est souvent le point faible des systèmes en attente.

Notons aussi que, contrairement à tous les exemples vus jusqu'ici et présentés plus loin dans cette norme, la probabilité de survie d'une entité (entité B) dépend du moment où l'autre entité (entité A) tombe en panne. En d'autres termes, les entités A et B ne peuvent pas être considérées comme indépendantes l'une de l'autre. Par conséquent, il conviendra d'employer d'autres procédures, comme l'analyse par graphe de Markov, pour analyser les systèmes en attente.

Similarly for figure 7:

$$R_S = R^4 + 4R^3 (1 - R) + 6R^2 (1 - R)^2 = 3R^4 - 8R^3 + 6R^2 \quad (7)$$

If the *n* items are not identical, use of a more general procedure is recommended (see 8.3).

7.2.4 *Standby redundancy models*

Another frequently used form of redundancy is what is known as standby redundancy. In its most elementary form, the physical arrangement of items is represented by the diagram in figure 10.

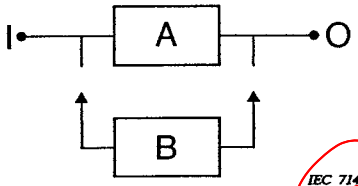

Figure 10

In this figure, item A is the on-line active item, and item B is standing by waiting to be switched on to replace A when the latter fails. The RBD formulae already established are not applicable for the reliability analysis of standby redundant systems (see below). If it can be assumed that when operating, both items have a constant failure rate λ, and in standby have zero failure rate, then the expression for system reliability is:

$$R_S(t) = e^{-\lambda t} (1 + \lambda t)$$

If there are *n* items in standby, this expression becomes:

$$R_S(t) = e^{-\lambda t} \left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \cdots + \frac{(\lambda t)^n}{n!} \right]$$

Note that a practical block diagram should include blocks to represent the reliability of the switch plus sensing mechanism, which is often the "weak link" in standby systems.

Note also that unlike all the examples considered so far and in the remainder of this standard, the probability of survival of one item (item B) is dependent upon the time when the other item (item A) fails. In other words items A and B cannot be regarded as failing independently. As a consequence, other procedures, such as Markov analysis, should be used to analyze standby systems.

8 Modèles plus complexes

8.1 *Démarches générales*

On peut évaluer la fiabilité R_S de tous les systèmes étudiés jusqu'ici en appliquant une formule de fiabilité appropriée choisie parmi les formules (1) à (7). Cependant, certains systèmes ne permettent pas que l'on évalue le diagramme de fiabilité correspondant à l'aide de l'une des formules présentées ci-avant. Ces systèmes sont considérés comme plus complexes et l'on doit, pour les étudier, recourir à d'autres techniques d'analyse de la fiabilité. Il convient de mentionner que des diagrammes de fiabilité complexes peuvent généralement être évalués par une simulation de type Monte Carlo. Cependant, la présente norme ne traite pas de l'utilisation de telles techniques.

Il convient de noter que, pour les techniques décrites ci-après, la même condition d'indépendance que celle énoncée en 7.1 s'applique.

8.1.1 *Utilisation de la règle de probabilité conditionnelle*

Lorsqu'on a affaire à des diagrammes comme celui qui est représenté sur la figure 8, il convient d'adopter un autre type de démarche.

L'une d'elles consiste à utiliser systématiquement la relation:

$$R_S = Pr(SS \mid X \text{ en état de marche}) \times Pr(X \text{ en état de marche})$$

$$+ Pr(SS \mid X \text{ en panne}) \times Pr(X \text{ en panne}).$$

Dans l'expression ci-dessus, R_S est la fiabilité du système, $Pr(SS \mid X$ en état de marche) est la fiabilité du système quand un bloc X donné est en état de marche et $Pr(SS \mid X$ en panne) est la fiabilité du système quand cette entité X est défaillante. Par exemple, si, sur la figure 8, l'entité A est défaillante, le diagramme devient simplement:

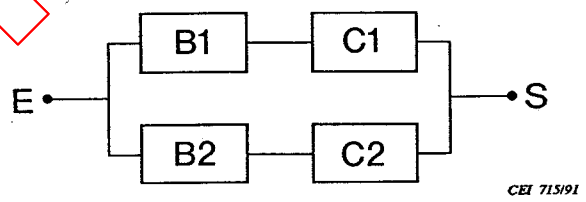

Figure 11

de sorte que:

$$Pr(SS \mid A \text{ en panne}) = R_{B1}R_{C1} + R_{B2}R_{C2} - R_{B1}R_{C1}R_{B2}R_{C2}$$

8 More complex models

8.1 *General procedures*

It is possible to evaluate the reliability R_S of all the systems considered so far by the application of a suitable reliability formula selected from expressions (1) to (7). However, for some systems the corresponding RBDs may not conveniently be evaluated by any of the above formulae. These systems are considered to be more complex and their reliability analysis techniques have to be employed. Note that complex RBDs can usually be evaluated using Monte Carlo simulation. However, the use of such procedures is not dealt with in this standard.

For the procedures which follow, the same condition of independence as stated in 7.1 applies.

8.1.1 *Use of the conditional probability rule*

When dealing with block diagrams of the type illustrated by figure 8, a different kind of approach is required.

One such approach is to make repeated use of the relationship:

$$R_S = Pr(SS \mid X \text{ operational}) \times Pr(X \text{ operational})$$

$$+ Pr(SS \mid X \text{ faulty}) \times Pr(X \text{ faulty}).$$

In the above expression R_S denotes the reliability of the system, $Pr(SS \mid X$ operational) denotes the reliability of the system given that a particular block X is operational, and $Pr(SS \mid X$ faulty) denotes the reliability of the system given that the particular item X has failed. For example, if in figure 8 the item A has failed, the block diagram becomes simply:

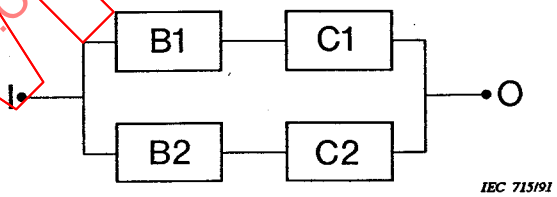

Figure 11

so that:

$$Pr(SS \mid A \text{ faulty}) = R_{B1}R_{C1} + R_{B2}R_{C2} - R_{B1}R_{C1}R_{B2}R_{C2}$$

De même, quand A fonctionne, le diagramme est simplement:

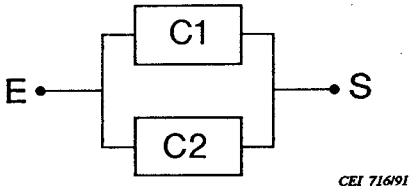

Figure 12

de sorte que $Pr(SS|A$ en état de marche$) = R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2}$

D'où:

$$R_S = (R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2})\ R_A + (R_{B1}R_{C1} + R_{B2}R_{C2} - R_{B1}R_{C1}R_{B2}R_{C2})\ (1 - R_A)$$

Si $R_{C1} = R_{C2} = R_C$

et $R_{B1} = R_{B2} = R_B$

l'expression précédente peut être simplifiée et donne:

$$R_S = (2R_C - R_C^2)\ R_A + (2R_BR_C - R_B^2R_C^2)\ (1 - R_A) \qquad (8)$$

Cette procédure peut servir à vérifier les expressions (5) à (7) comprises.

8.1.2 *Utilisation des tables de vérité booléennes*

Généralités

Les chemins de succès représentés par les diagrammes de fiabilité peuvent être aussi donnés par des expressions booléennes. Par exemple, les trois entités A, B et C qui sont reliées en parallèle (l'une d'elles est nécessaire au bon fonctionnement du système) peuvent être représentées par le diagramme de fiabilité illustré par la figure 13 ou par l'expression booléenne:

$$SS = A \cup B \cup C \qquad (9)$$

où SS est le succès (ou bon fonctionnement) du système alors que A, B et C représentent les bons fonctionnements des composants A, B et C. Toutefois, les termes booléens A, B et C ne peuvent être directement remplacés par des probabilités (R_A, R_B , R_C) si l'on veut obtenir une valeur de la fiabilité du système. En effet, l'expression (9) comprend des termes non disjoints. Cela peut être vu en construisant le diagramme de Venn (non joint) représentant l'expression (9). A l'aide d'un tel diagramme, on peut montrer que l'expression (9) s'écrit sous la forme d'une somme de termes disjoints:

$$SS = A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup AB\overline{C} \cup A\overline{B}C \cup \overline{A}BC \cup ABC \qquad (10)$$

Similarly, when A is operational, the block diagram is simply:

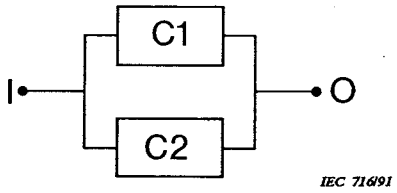

Figure 12

so that $Pr(SS|A \text{ operational}) = R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2}$

Hence:

$$R_S = (R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2})\ R_A + (R_{B1}R_{C1} + R_{B2}R_{C2} - R_{B1}R_{C1}R_{B2}R_{C2})\ (1 - R_A)$$

If $R_{C1} = R_{C2} = R_C$

and $R_{B1} = R_{B2} = R_B$

the above expression simplifies to:

$$R_S = (2R_C - R_C^2)\ R_A + (2R_BR_C - R_B^2R_C^2)\ (1 - R_A) \qquad (8)$$

The above can be applied to verify expressions (5) to (7) inclusive.

8.1.2 *Use of Boolean truth tables*

General

The system success paths depicted by RBDs can also be represented by Boolean expressions. For example, three items A, B and C which are connected in parallel (one required for system success) can be represented by the RBD illustrated in figure 13, or by the Boolean expression:

$$SS = A \cup B \cup C \qquad (9)$$

where *SS* denotes system success, while *A*, *B* and *C* denote success events of components A, B and C. However, the Boolean terms *A*, *B* and *C* cannot be directly replaced by probabilities (R_A, R_B, R_C) in order to obtain a value for system reliability. This is because expression (9) is in effect a set of "overlapping" terms. This can be seen by studying a Venn diagram (not shown) representing expression (9). From such a diagram it can be seen that expression (9) can be written as the sum of non-overlapping terms:

$$SS = \bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}B\bar{C} \cup A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}BC \cup A\bar{B}C \cup AB\bar{C} \cup ABC \qquad (10)$$

En termes purement booléens, les expressions (9) et (10) sont identiques. Dans l'expression (10), chaque expression littérale (A, $\overline{A}$, B, $\overline{B}$, C, $\overline{C}$) peut être remplacée par le terme de fiabilité correspondant:

$$R_A,\ (1 - R_A),\ R_B,\ (1 - R_B),\ R_C,\ (1 - R_C)$$

pour obtenir la formule de la fiabilité du système R_S :

$$R_S = R_A\,(1-R_B)\,(1-R_C\,) + (1-R_A)\,R_B\,(1-R_C) + (1-R_A)\,(1-R_B)\,R_C + R_A\,(1-R_B\,)\,R_C$$

$$+R_A R_B\,(1-R_C) + (1-R_A)\,R_B R_C + R_A R_B R_C \qquad (11)$$

Il convient de remarquer, lorsqu'on étudie le diagramme de Venn, que l'on peut écrire l'expression (9) d'une manière plus simple en considérant des termes disjoints:

$$SS = A + \overline{A}B + \overline{B}\,\overline{A}\,C \qquad (12)$$

de sorte que

$$R_S = R_A + (1-R_A)\,R_B + (1-R_B)\,(1-R_A)\,R_C \qquad (13)$$

On démontre que les expressions (11) et (13) sont identiques.

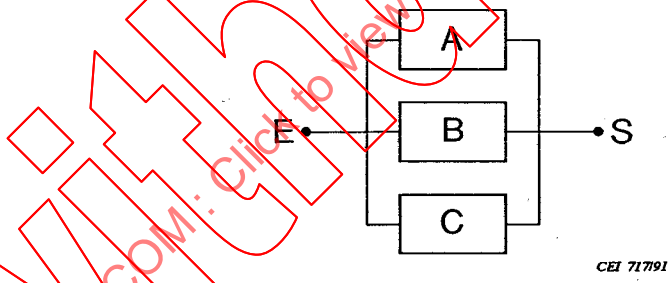

Figure 13

On peut effectuer plus systématiquement tout le cheminement qui permet de parvenir à l'expression (11) en utilisant une table de vérité pour convertir l'expression (9) en expression (10), comme indiqué dans le tableau 1.

Sur ce tableau, les termes correspondant au succès sont (de haut en bas):

$$\overline{A}\,\overline{B}\,C,\ \overline{A}\,B\,\overline{C},\ \overline{A}\,B\,C,\ A\,\overline{B}\,\overline{C},\ A\,\overline{B}\,C,\ A\,B\,\overline{C},\ A\,B\,C$$

Ce sont ces termes que l'on additionne pour obtenir l'expression (10).

In purely Boolean terms, expressions (9) and (10) are identical. In expression (10) each literal (A, $\overline{A}$, B, $\overline{B}$, C, $\overline{C}$) can be replaced by the corresponding reliability term:

$$R_A,\ (1 - R_A),\ R_B,\ (1 - R_B),\ R_C,\ (1 - R_C)$$

to yield an expression for system reliability R_S:

$$R_S = R_A\,(1-R_B)\,(1-R_C) + (1-R_A)\,R_B\,(1-R_C) + (1-R_A)\,(1-R_B)\,R_C + R_A\,(1-R_B)\,R_C$$

$$+R_A R_B\,(1-R_C) + (1-R_A)\,R_B R_C + R_A R_B R_C \qquad (11)$$

It can be demonstrated by use of a Venn diagram that an even simpler way of writing expression (9) in non-overlapping terms is:

$$SS = A + \overline{A}B + \overline{B}\,\overline{A}\,C \qquad (12)$$

so that

$$R_S = R_A + (1-R_A)\,R_B + (1-R_B)\,(1-R_A)\,R_C \qquad (13)$$

It can be shown that once simplified, expressions (11) and (13) are identical.

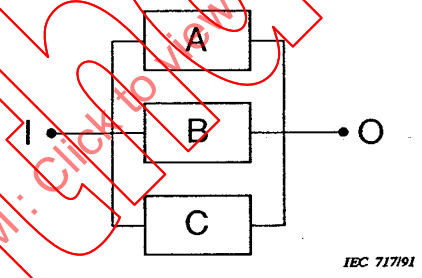

Figure 13

The process of arriving at expression (11) can be more systematically carried out by using a truth table to convert expression (9) to expression (10), as shown in table 1.

From this table the success terms are (from top to bottom):

$$\overline{A}\,\overline{B}\,C,\ \overline{A}\,B\,\overline{C},\ \overline{A}\,B\,C,\ A\,\overline{B}\,\overline{C},\ A\,\overline{B}\,C,\ A\,B\,\overline{C},\ A\,B\,C$$

These terms are added together to give expression (10).

Tableau 1

Entité			Système
A	B	C	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

NOTE - 1 = en état de fonctionnement
0 = en panne

Application de la table de vérité à l'exemple de la figure 8

Si l'on dresse la liste de toutes les combinaisons d'entités, en marche et en panne, qui pourraient exister dans la réalité, on obtient le tableau 2 ci-après:

Table 1

Item			System
A	B	C	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1
NOTE - 1 = operational 0 = faulty			

Application of truth table to example of figure 8

If we list all combinations of operational and faulty items as they might exist we would have a table as illustrated in table 2.

Tableau 2

Entité					Système
B1	B2	C1	C2	A	
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1

NOTE – 1 = en état de fonctionnement
0 = en panne

Si l'on examine le tableau 2, on peut trouver les combinaisons d'entités menant à la bonne marche du système et écrire la formule de la fiabilité du système à l'aide de l'ensemble suivant de termes s'excluant mutuellement:

$$SS = \overline{B1} \cdot \overline{B2} \cdot \overline{C1} \cdot \overline{C2} \cdot A + \overline{B1} \cdot \overline{B2} \cdot C1 \cdot \overline{C2} \cdot A + \ldots + B1 \cdot B2 \cdot C1 \cdot C2 \cdot A \qquad (14)$$

d'où

$$R_S = (1-R_{B1})\,(1-R_{B2})\,(1-R_{C1})\,R_{C2}R_A + (1-R_{B1})\,(1-R_{B2})\,R_{C1}\,(1-R_{C2})\,R_A + \ldots.$$

$$+ R_{B1}R_{B2}R_{C1}R_{C2}R_A$$

Table 2

Item					System
B1	B2	C1	C2	A	
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1

NOTE - 1 = operational
0 = faulty

On inspecting table 2, we can pick out the success combinations of items and write down the expression for system reliability as the set of mutually exclusive terms:

$$SS = \overline{B1} \cdot \overline{B2} \cdot \overline{C1} \cdot \overline{C2} \cdot A + \overline{B1} \cdot \overline{B2} \cdot C1 \cdot \overline{C2} \cdot A + \ldots + B1 \cdot B2 \cdot C1 \cdot C2 \cdot A \qquad (14)$$

from which

$$R_S = (1-R_{B1})(1-R_{B2})(1-R_{C1})R_{C2}R_A + (1-R_{B1})(1-R_{B2})R_{C1}(1-R_{C2})R_A + \ldots.$$

$$+ R_{B1}R_{B2}R_{C1}R_{C2}R_A$$

Dans l'expression (14) ci-avant, on aura 19 termes (un par combinaison menant au bon fonctionnement du système) qui doivent tous être additionnés pour que l'on parvienne au résultat souhaité. On peut en déduire que la démarche booléenne peut vite devenir fastidieuse, bien que son principe soit assez simple.

8.2 *Modèles avec blocs communs*

On remarquera que, dans l'article 7, les diagrammes étaient construits de sorte que le même bloc n'apparaisse qu'une seule fois. Pourtant, certains systèmes peuvent être modélisés à l'aide de diagrammes comme celui qui est représenté sur la figure 14. Par exemple, les entités C et D peuvent être deux entités fonctionnellement identiques, agissant mutuellement, l'une au secours de l'autre, à cela près que l'entité D ne peut être alimentée en électricité que par l'entité B alors que l'entité B peut alimenter l'entité C et l'entité D. On en trouvera l'illustration dans la figure 14 qui représente, non seulement la disposition matérielle des entités, mais aussi le diagramme de fiabilité. Il est important de porter les flèches sur ce diagramme.

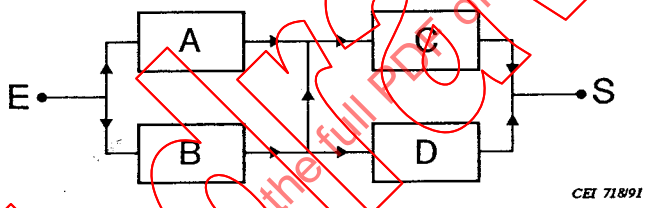

Figure 14

Les chemins de succès du système peuvent être représentés d'une autre manière, dans l'exemple ci-dessus, par un diagramme où les blocs apparaissent plusieurs fois comme sur la figure 15. Ce diagramme a été obtenu en examinant la figure 14 et en notant les couples d'entités dont la défaillance simultanée provoquerait celle du système. La figure 15 est donc une combinaison en série de ces couples d'entités.

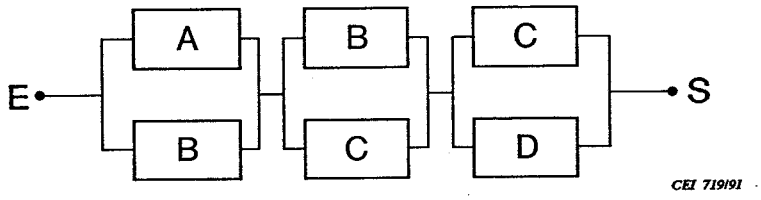

Figure 15

Quand on a un diagramme comme celui-ci, il serait erroné de considérer les blocs comme des paires séparées et de multiplier ensuite les fiabilités des paires les unes par les autres. Au contraire, il convient d'employer l'une des méthodes mentionnées en 8.1.1 et 8.1.2. Par exemple, si l'on adopte la méthode décrite en 8.1.1, on a:

Expression (14) contains 19 terms (one for each combination that results in success), all of which must be summed to give the desired result. From this it can be seen that the Boolean approach can soon become unwieldy, although the principle involved is quite straightforward.

8.2 *Models with common blocks*

Note that in clause 7 no block appeared more than once in the RBDs. It may however be advantageous to model by block diagrams of the type illustrated by figure 14. For example, items C and D might be two functionally similar items acting as duplicates for one another, but item D can be powered only by item B, whereas item B is capable of supplying power to both C and D. This is illustrated by figure 14 which represents not only the physical arrangements of the items, but also the reliability block diagram as well. It is important to include the arrows in such a diagram.

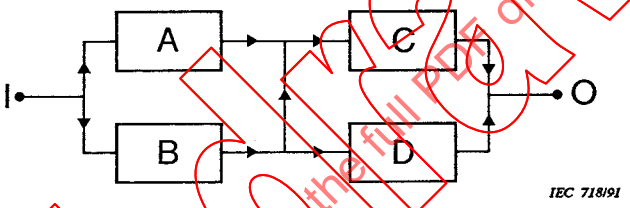

Figure 14

Alternatively the system success paths in the above example may be represented by a block diagram in which some blocks appear more than once, as in figure 15. This diagram was derived from figure 14 by examining the latter and noting which pairs of items, if failing together, would cause the system to fail. Figure 15 is thus a series combination of such pairs.

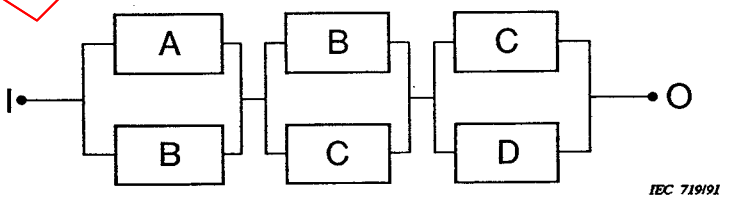

Figure 15

When dealing with a block diagram of the above type, it would be incorrect to treat the blocks as independent pairs and then multiply the reliabilities of the pairs together. Instead, use should be made of either of the methods given in 8.1.1 and 8.1.2. As an example, using the method described in 8.1.1, we have:

$$R_S = Pr(SS \mid B \text{ en état de marche}) \times Pr(B \text{ en état de marche})$$

$$+ Pr\,(SS \mid B \text{ en panne}) \times Pr(B \text{ en panne})$$

où $Pr(SS \mid B$ en état de marche) est donné par le diagramme de fiabilité comportant les blocs C et D en parallèle. Toutefois

$$Pr(SS \mid B \text{ en panne}) = Pr(SS \mid B \text{ en panne} \mid C \text{ en état de marche}) \times Pr(C \text{ en état de marche})$$

$$+ Pr(SS \mid B \text{ en panne} \mid C \text{ en panne}) \times Pr(C \text{ en panne})$$

$$= R_A R_C + 0$$

d'où

$$R_S = (R_D + R_C - R_D R_C)\, R_B + R_A R_C\, (1 - R_B)$$

$$= R_A R_C + R_B R_C + R_B R_D - R_A R_B R_C - R_D R_B R_C$$

Signalons que l'on voit dans les figures 14 et 15 plusieurs manières de modéliser la même définition de la défaillance. Le système est défaillant lorsque les blocs A et B ou B et C ou encore C et D sont défaillants. En d'autres termes, on a les mêmes expressions booléennes pour traduire le succès (*SS*) ou la défaillance (*DF*) du système dans les figures 14 et 15, à savoir:

$$SS = (A\ C) \cup (B\ C) \cup (B\ D)$$

$$DS = (\overline{AB}) \cup (\overline{BC}) \cup (\overline{CD})$$

Si l'on applique la méthode décrite en 8.1.2, on a:

$$R_S = Pr(SS|B \text{ operational}) \times Pr(B \text{ operational})$$

$$+ Pr(SS|B \text{ faulty}) \times Pr(B \text{ faulty})$$

where $Pr(SS|B$ operational) is given by the reliability block diagram comprising blocks C and D in parallel. But

$$Pr(SS|B \text{ faulty}) = Pr(SS|B \text{ faulty}|C \text{ operational}) \times Pr(C \text{ operational})$$

$$+ Pr(SS|B \text{ faulty}|C \text{ faulty}) \times Pr(C \text{ faulty})$$

$$= R_A R_C + 0$$

hence

$$R_S = (R_D + R_C - R_D R_C) R_B + R_A R_C (1 - R_B)$$

$$= R_A R_C + R_B R_C + R_B R_D - R_A R_B R_C - R_D R_B R_C$$

Note that figures 14 and 15 are different ways of modelling the same failure definition. Namely system failure occurs when blocks A and B fail, or B and C or C and D. In other words the Boolean expressions for system success (SS) or for system failure (SF) are the same for both figures 14 and 15. i.e.

$$SS = (A\ C) \cup (B\ C) \cup (B\ D)$$

$$SF = (\overline{AB}) \cup (\overline{BC}) \cup (\overline{CD})$$

By applying the method described in 8.1.2, we have:

Tableau 3

Entité				Système
A	B	C	D	
1	1	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	1	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

NOTE - 1 = en état de fonctionnement
0 = en panne

D'après ce tableau, on peut écrire:

$$R_S = R_A R_B R_C R_D + R_A R_B R_C (1-R_D) + R_A R_B (1-R_C) R_D + R_A (1-R_B) R_C R_D$$

$$+ R_A (1-R_B) R_C (1-R_D) + (1-R_A) R_B R_C R_D + (1-R_A) R_B R_C (1-R_D)$$

$$+ (1-R_A) R_B (1-R_C) R_D$$

qui se simplifie en:

$$R_S = R_A R_C + R_B R_D + R_B R_C - R_A R_B R_C - R_D R_B R_C$$

Il existe encore une autre manière de traiter les blocs communs: on commence par ne pas tenir compte du fait que certains blocs apparaissent plusieurs fois puis on note l'expression de la fiabilité R'_S selon l'écriture habituelle:

$$R'_S = (R_A + R_B - R_A R_B)(R_B + R_C - R_B R_C)(R_C + R_D - R_C R_D)$$

Si l'on multiplie ces parenthèses (ce qui donne 27 termes en tout) et que l'on remplace les termes comme $R_A R_B R_C^2$ et $R_D R_B R_C^2$ par leur équivalent booléen $R_A R_B R_C$ et $R_D R_B R_C$ respectivement, et ainsi de suite, l'expression de la fiabilité du système (R_S) se réduit à:

$$R_S = R_A R_C + R_B R_D + R_B R_C - R_A R_B R_C - R_D R_B R_C$$

Table 3

Item				System
A	B	C	D	
1	1	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	1	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

NOTE - 1 = operational
0 = faulty

From the above table, we may write down

$$R_S = R_A R_B R_C R_D + R_A R_B R_C (1-R_D) + R_A R_B (1-R_C) R_D + R_A (1-R_B) R_C R_D$$

$$+ R_A (1-R_B) R_C (1-R_D) + (1-R_A) R_B R_C R_D + (1-R_A) R_B R_C (1-R_D)$$

$$+ (1-R_A) R_B (1-R_C) R_D$$

which simplifies to:

$$R_S = R_A R_C + R_B R_D + R_B R_C - R_A R_B R_C - R_D R_B R_C$$

Yet another method of dealing with common blocks is as follows: first ignore the fact that some blocks appear more than once and write down the expression for system reliability R'_S in the usual way

$$R'_S = (R_A + R_B - R_A R_B)(R_B + R_C - R_B R_C)(R_C + R_D - R_C R_D)$$

If these brackets are now multiplied out (producing 27 terms in all) and terms like $R_A R_B R_C^2$ and $R_D R_B R_C^2$ replaced by their Boolean equivalents $R_A R_B R_C$ et $R_D R_B R_C$ respectively and so on, then the expression for system reliability (R_S) will reduce to:

$$R_S = R_A R_C + R_B R_D + R_B R_C - R_A R_B R_C - R_D R_B R_C$$

8.3 *Modèles en m sur n (entités non identiques)*

La procédure décrite en 7.2.3 ne peut pas s'appliquer à ce cas. Prenons, par exemple, un système représenté par le diagramme de la figure 16.

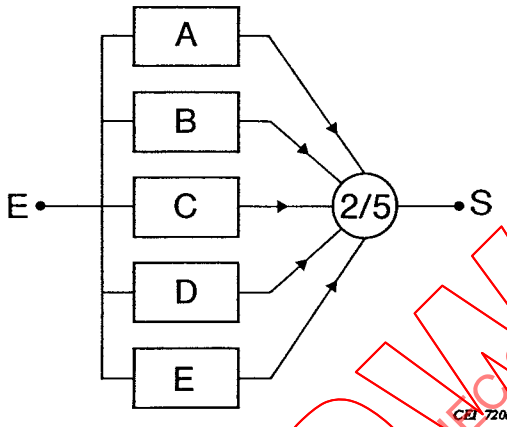

Figure 16

On peut évaluer la fiabilité d'un tel système par l'une des techniques décrites en 8.1.1 ou 8.1.2. Celle qui est présentée en 8.1.2 (table de vérité) nécessitera 32 entrées, et la probabilité de défaillance du système peut être déduite comme suit:

$$F_S = (1-R_A)(1-R_B)(1-R_C)(1-R_D)(1-R_E) + (1-R_A)(1-R_B)(1-R_C)(1-R_D)R_E$$

$$+ (1-R_A)(1-R_B)(1-R_C)R_D(1-R_E) + (1-R_A)(1-R_B)R_C(1-R_D)(1-R_E)$$

$$+ (1-R_A)R_B(1-R_C)(1-R_D)(1-R_E) + R_A(1-R_B)(1-R_C)(1-R_D)(1-R_E)$$

qui permet de trouver $R_S = (1 - F_S)$

NOTE - Des techniques plus efficaces sont disponibles.

8.4 *Méthode de réduction*

Il arrive que les diagrammes paraissent très compliqués. Après un examen minutieux, on s'aperçoit pourtant que les blocs sur les diagrammes peuvent souvent être regroupés en entités plus faciles à traiter ; ces entités doivent être statistiquement indépendantes. En d'autres termes, un bloc désigné par une lettre donnée ne peut apparaître dans plus d'une entité facile à traiter. Considérons, par exemple, le diagramme de la figure 17.

8.3 *m out of n models (non-identical items)*

The procedure described in 7.2.3 is not applicable here. As an example, consider a system represented by the block diagram in figure 16.

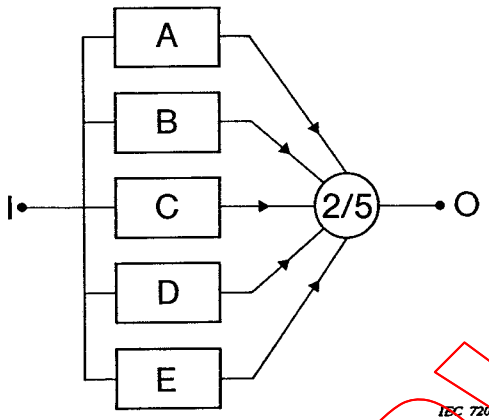

Figure 16

The reliability of such a system may be evaluated by either of the techniques described in 8.1.1 or 8.1.2. Of these, the technique described in 8.1.2 will require 32 entries from which the probability of system failure F_S can be derived as:

$$F_S = (1-R_A)(1-R_B)(1-R_C)(1-R_D)(1-R_E) + (1-R_A)(1-R_B)(1-R_C)(1-R_D)R_E$$

$$+ (1-R_A)(1-R_B)(1-R_C)R_D(1-R_E) + (1-R_A)(1-R_B)R_C(1-R_D)(1-R_E)$$

$$+ (1-R_A)R_B(1-R_C)(1-R_D)(1-R_E) + R_A(1-R_B)(1-R_C)(1-R_D)(1-R_E)$$

and so $R_S = (1 - F_S)$ can be found.

NOTE - More efficient techniques have become available.

8.4 *Method of reduction*

Occasionally block diagrams seem very complicated. By careful examination, however, the blocks in the diagram can often be grouped into more manageable items; such items must be statistically independent. This means that no two (or more) manageable items can contain the same lettered block. For example, consider the block diagram illustrated by figure 17.

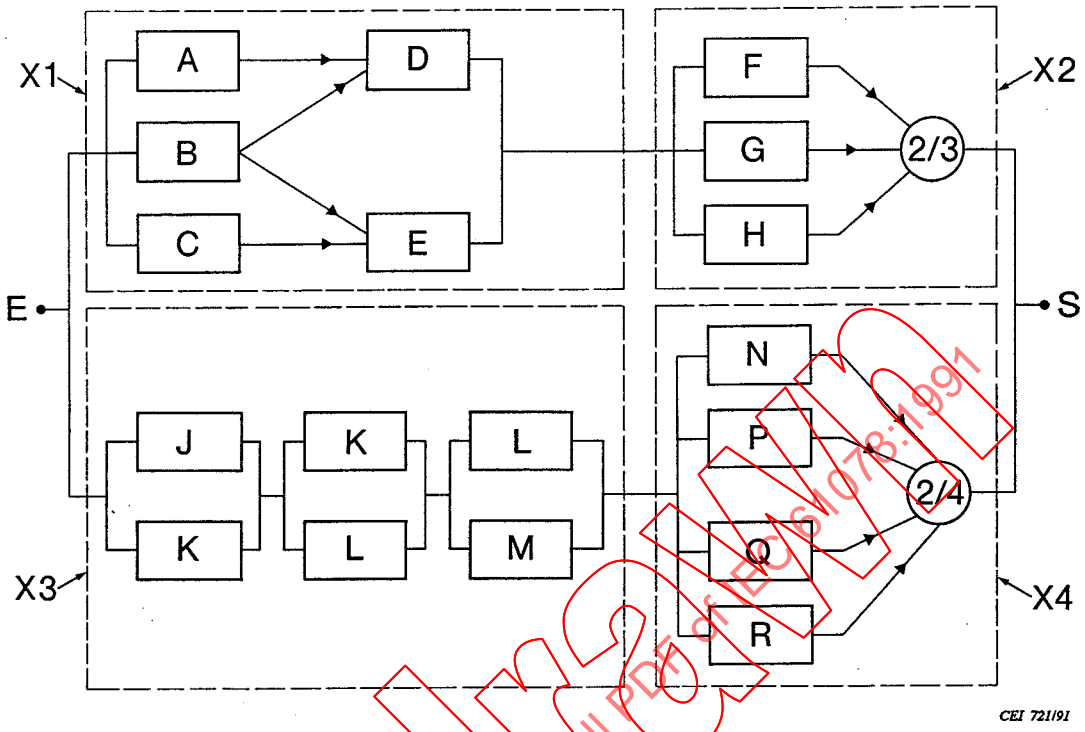

Figure 17

La réduction de ce diagramme permet d'obtenir celui qui est présenté dans la figure 18a en évaluant la fiabilité des quatre groupes de blocs entourés de pointillés X1, X2, X3 et X4 respectivement, d'après les méthodes décrites en 8.1, 7.2.3, 8.2 et 7.2.3 de nouveau. Le diagramme de la figure 18a peut, à son tour, être réduit à celui de la figure 18b.

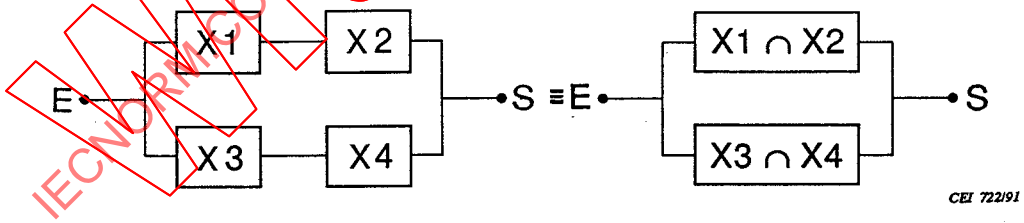

Figure 18a

Figure 18b

Donc, la fiabilité du système (si l'on se reporte à la figure 18a) est donnée par:

$R_S = R_{X1}R_{X2} + R_{X3}R_{X4} - R_{X1}R_{X2}R_{X3}R_{X4}$, comme expliqué en 7.2.2.

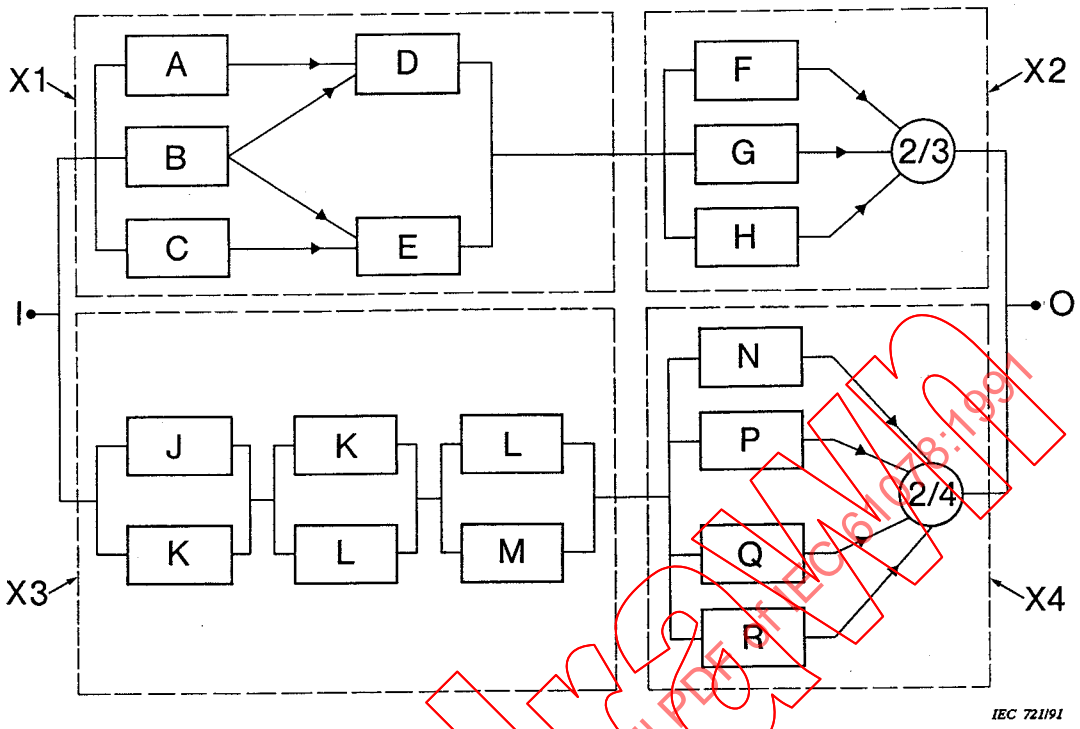

Figure 17

The above diagram can be reduced to the one shown in figure 18a, by evaluating the reliability of the four dotted groups of blocks X1, X2, X3 and X4 as illustrated in 8.1, 7.2.3, 8.2 and 7.2.3 again, respectively. The diagram in figure 18a can be further reduced to the one in figure 18b.

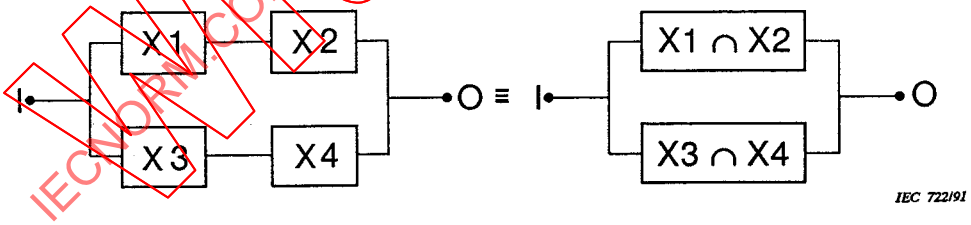

Figure 18a

Figure 18b

Hence the final system reliability (referring to figure 18b) is given by:

$R_S = R_{X1}R_{X2} + R_{X3}R_{X4} - R_{X1}R_{X2}R_{X3}R_{X4}$, as explained in 7.2.2.

9 Application de la méthode du diagramme de fiabilité au calcul de la disponibilité

9.1 *Introduction*

Dans certaines conditions, on pourra utiliser toutes les formules et les procédures décrites dans la présente norme pour prévoir la disponibilité d'un système en régime permanent. Il suffit, pour ce faire, de remplacer les valeurs de la fiabilité par les expressions correspondantes de la disponibilité.

9.2 *Hypothèses*

La procédure décrite ci-dessous ne sera valable que si les défaillances et les réparations des différentes entités sont entièrement indépendantes les unes des autres. Cela signifie, dans la pratique, que la défaillance d'une entité, quelle qu'elle soit, ne devrait, en aucune manière, influer sur le début de la défaillance d'une quelconque autre entité et qu'un «nombre infini» de réparateurs devrait, en fait, être disponible.

En d'autres termes, il convient que le temps d'indisponibilité moyen d'une entité soit caractéristique de cette seule entité et ne dépende pas du nombre d'entités défaillantes en attendant d'être réparées. Cela signifie que, dans la pratique, il faut faire attention à la manière dont les entités sont montées. Notamment, il convient de s'assurer que toutes les entités sont facilement accessibles et que l'accès de chaque entité n'est pas entravé par une autre.

9.3 *Exemples*

Les exemples suivants permettent de comprendre la technique employée. Supposons un système dont la défaillance peut être représentée par le diagramme de la figure 5, reproduit dans la figure 19.

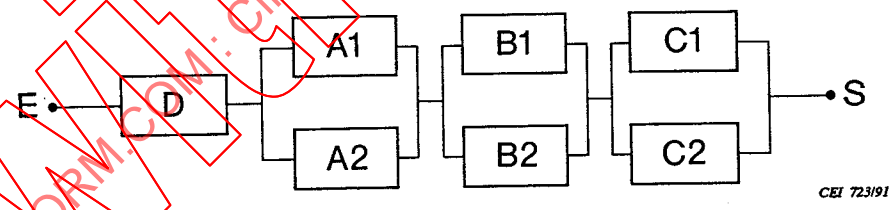

Figure 19

L'expression correspondante de la fiabilité du système (R_S) s'écrit (voir 7.2.2):

$$R_S = R_D\,(R_{A1} + R_{A2} - R_{A1}R_{A2})\,(R_{B1} + R_{B2} - R_{B1}R_{B2})\,(R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2})$$

Si la disponibilité en régime permanent de l'entité D est A_D et celle de A1, A2, B1, B2, C1 et C2 est A_{A1}, A_{A2}, A_{B1}, A_{B2}, A_{C1} et A_{C2} respectivement, l'expression de la disponibilité du système en régime permanent (A_S) s'écrit simplement:

$$A_S = A_D\,(A_{A1} + A_{A2} - A_{A1}A_{A2})\,(A_{B1} + A_{B2} - A_{B1}A_{B2})\,(A_{C1} + A_{C2} - A_{C1}A_{C2})$$

9 Extension of reliability block diagram methods to availability calculations

9.1 *Introduction*

Under certain conditions, it will be possible to make use of all the formulae and procedures in this standard, in order to carry out system steady state availability predictions. This is accomplished by simply replacing expressions for reliability, by corresponding expressions for availability.

9.2 *Assumptions*

The procedure described below will be valid only if the failures and repairs of the individual items are independent of one another. In practice this means that the failure of any item should in no way affect the onset of failure of any other and that there should be available, in effect, an "infinite pool" of repairmen.

In other words the mean down time of any item should be a measure of that item alone and should not depend upon how many other items have also failed and are in need of repair. This means that, in practice, attention has to be paid to the way in which items are assembled; emphasis being placed on making sure that each item should be readily accessible and not obstructed by any other.

9.3 *Examples*

The following examples should clarify the procedure. Suppose we have a system for which the failure definition can be modelled by the diagram illustrated by figure 5, reproduced in figure 19.

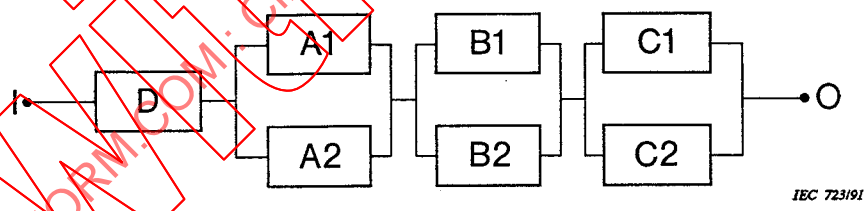

Figure 19

The corresponding expression for system reliability (R_S) is given by the expression (see 7.2.2):

$$R_S = R_D\,(R_{A1} + R_{A2} - R_{A1}R_{A2})\,(R_{B1} + R_{B2} - R_{B1}R_{B2})\,(R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2})$$

If the steady-state availability of item D is now A_D and of A1, A2, B1, B2, C1 and C2 are A_{A1}, A_{A2}, A_{B1}, A_{B2}, A_{C1} and A_{C2} respectively, then the expression for system steady-state availability (A_S) is simply:

$$A_S = A_D\,(A_{A1} + A_{A2} - A_{A1}A_{A2})\,(A_{B1} + A_{B2} - A_{B1}A_{B2})\,(A_{C1} + A_{C2} - A_{C1}A_{C2})$$

On peut étudier, comme deuxième exemple, le cas du système de panne représenté dans la figure 8. Nous avions démontré que la fiabilité du système (R_S) était donnée (voir 8.1.1) par:

$$R_S = (R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2})\, R_A + (R_{B1}R_{C1} + R_{B2}R_{C2} - R_{B1}R_{C1}R_{B2}R_{C2})\,(1 - R_A)$$

Par conséquent, la disponibilité correspondante en régime établi (A_S) est donnée par:

$$A_S = (A_{C1} + A_{C2} - A_{C1}A_{C2})\, A_A + (A_{B1}A_{C1} + A_{B2}A_{C2} - A_{B1}A_{C1}A_{B2}A_{C2})\,(1 - A_A)$$

Notons que, pour les entités dont les taux de défaillance et les taux de réparation (désignés respectivement par λ_A , λ_B , λ_C et μ_A , μ_B , μ_C) sont constants dans le temps, la fiabilité est donnée par:

$$e^{-\lambda_A t}, \; e^{-\lambda_B t}, \; e^{-\lambda_C t}$$

et les disponibilités en régime permanent par:

$$\mu_A / (\mu_A + \lambda_A),\ \mu_B / (\mu_B + \lambda_B),\ \mu_C / (\mu_C + \lambda_C)$$

9.4 *Conclusions et remarques d'ordre général*

Il peut être très utile d'adapter les formules de fiabilité au calcul de la disponibilité mais il faut, au préalable, vérifier avec soin les hypothèses citées plus haut. Celles-ci viennent, bien sûr, s'ajouter aux hypothèses qui conditionnent la validité des formules de fiabilité elles-mêmes. Parmi celles-ci, on peut citer l'absence d'autres défaillances dépendantes de l'ordre ou dépendantes du temps. Si ce n'est pas le cas, ou si les défaillances et les réparations ne sont pas indépendantes, il faudra recourir à d'autres méthodes d'analyse de la disponibilité, comme l'analyse par graphe de Markov.

As another example, we might consider the system fault definition modelled by figure 8. The corresponding system reliability (R_S) was shown to be given (see 8.1.1) by:

$$R_S = (R_{C1} + R_{C2} - R_{C1}R_{C2})\, R_A + (R_{B1}R_{C1} + R_{B2}R_{C2} - R_{B1}R_{C1}R_{B2}R_{C2})\, (1 - R_A)$$

Hence the corresponding steady-state availability (A_S) is given by:

$$A_S = (A_{C1} + A_{C2} - A_{C1}A_{C2})\, A_A + (A_{B1}A_{C1} + A_{B2}A_{C2} - A_{B1}A_{C1}A_{B2}A_{C2})\, (1 - A_A)$$

Note that for items where the failure and repair rates (denoted by λ_A, λ_B, λ_C and μ_A, μ_B, μ_C respectively) are constant with respect to time, the reliability of such items is given by:

$$e^{-\lambda_A t}, \; e^{-\lambda_B t}, \; e^{-\lambda_C t}$$

and the steady-state availabilities by:

$$\mu_A / (\mu_A + \lambda_A),\ \mu_B / (\mu_B + \lambda_B),\ \mu_C / (\mu_C + \lambda_C)$$

9.4 *Conclusions and general remarks*

The adaptation of reliability formulae to availability calculations can be very useful but the assumptions stated above should be carefully checked. These are, of course, additional to the assumptions necessary for the reliability formulae themselves to be valid. The availability assumptions include the requirement that there are no order dependent or time dependent failures. When this is not so, or when failures and repairs are not independent, recourse must be made to other methods of availability analysis, such as Markov analysis.