

**COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE
NORME DE LA CEI**

**INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION
IEC STANDARD**

Modification n° 1

Décembre 1985
à la

Amendment No. 1

December 1985
to

Publication 679-1
1980

Oscillateurs pilotés par quartz

Première partie: Informations générales, conditions et méthodes d'essai

Quartz crystal controlled oscillators

Part 1: General information, test conditions and methods

Les modifications contenues dans le présent document ont été approuvées suivant la Règle des Six Mois.

Le projet de modifications, discuté par le Comité d'Etudes n° 49 fut diffusé en 1983 pour approbation suivant la Règle des Six Mois, sous forme de document 49(Bureau Central)163.

Pour de plus amples renseignements, consulter le rapport de vote suivant: document 49(Bureau Central)168.

The amendments contained in this document have been approved under the Six Months' Rule.

The draft amendments, discussed by Technical Committee No. 49, were circulated for approval under the Six Months' Rule in 1983, as Document 49(Central Office)163.

Further details can be found in the following Report on Voting: Document 49(Central Office)168.



© CEI 1985

Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved
Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale

3, rue de Varembé
Genève, Suisse

Page 4 (Sommaire)

Remplacer le titre du paragraphe 8.2.22.2 par :

8.2.22.2 Mesures dans le domaine temporel

Page 82

Remplacer le texte du paragraphe 8.2.22.2 par le suivant :

8.2.22.2 Mesures dans le domaine temporel

8.2.22.2a) Fluctuation efficace de la fréquence relative

Objet

Mesurer la stabilité de fréquence à court terme d'un oscillateur dans le domaine temporel (voir chapitre I, paragraphes 3.22 et 3.24 et le texte modifié de l'annexe A, article A2).

Circuit d'essai

Figures 30a, 30b et 30c, pages 20 et 21.

Méthode

En principe, les mesures de stabilité dans le domaine temporel se font avec un oscillateur de référence ayant une stabilité meilleure que l'oscillateur à contrôler. En pratique générale, cependant, les comparaisons sont faites entre deux oscillateurs de conception semblable et on suppose habituellement que la densité de probabilité et les fonctions de répartition de leurs processus de bruit aléatoires sont presque les mêmes. Puisque les processus de bruit se combinent sur une base de puissance, les fluctuations relatives efficaces de fréquence entre les deux oscillateurs semblables doivent être divisées par $\sqrt{2}$ pour arriver à l'évaluation de celle qui est due seulement à l'un des oscillateurs. Cela est reflété par les formules calculées pour chacune des deux méthodes données ci-après.

Méthode 1. Deux oscillateurs exactement à la même fréquence moyenne (figure 30a)

Dans ce cas, le comparateur de phase produit un signal analogique qui est directement proportionnel aux fluctuations instantanées de phase entre les signaux des deux oscillateurs (pour les fréquences de Fourier inférieures à la fréquence de coupure du filtre passe-bas). Ce signal peut être examiné par des méthodes analogiques (telles que enregistreur à défilement continu, voltmètre à valeur efficace ou analyseur de spectre) ou bien par des méthodes du domaine temporel utilisant un convertisseur A/N avec un temps d'intégration par échantillon contrôlé τ et des mesures répétitives d'échantillons stockées pour analyse par ordinateur. Lorsqu'on utilise cette méthode, il n'y a pas de temps mort introduit par le système de mesure et la fluctuation relative efficace de fréquence est :

$$\frac{\Delta F}{F_0}(\tau)_{\text{eff}} = \frac{1}{4 \pi F_0 \tau} \left[\frac{1}{(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} [[\varphi_{(t_k+2\tau)} - \varphi_{(t_k+\tau)}] - [\varphi_{(t_k+\tau)} - \varphi_{t_k}]]^2 \right]^{1/2}$$

où :

M = nombre de mesures répétitives

τ = temps d'intégration par échantillon (voir annexe A, paragraphe A2.1)

Note. — Si en pratique l'oscillateur de référence utilisé a une meilleure stabilité que l'oscillateur essayé, toutes les fluctuations de fréquence peuvent être attribuées à l'oscillateur essayé et l'équation ci-dessus sera multipliée par $\sqrt{2}$.

Page 83

Replace the text of Sub-clause 8.2.22.2 by the following:

8.2.22.2 Time domain measurements

8.2.22.2a) R.M.S. fractional frequency fluctuation

Purpose

To measure the short-term frequency stability of an oscillator in the time domain (see Chapter I, Sub-clauses 3.22 and 3.24, and the amended text of Appendix A, Clause A2).

Test circuit

Figures 30a, 30b and 30c, pages 20 and 21.

Procedure

In principle, time domain stability measurements are made with respect to a reference source having much better stability than the unit under test. In general practice, however, comparisons are commonly made between two oscillators of similar design, and it is usually assumed that the probability densities and distribution functions of their random noise processes are nearly the same. Since the noise processes combine on a power basis, the fractional frequency fluctuations between the two similar oscillators shall be divided by $\sqrt{2}$ to arrive at an estimate of that due to one of the oscillators alone. This is reflected in the formulae derived for each of the two methods given below.

Method 1: Two oscillators having exactly the same mean frequency (Figure 30a)

In this case, the phase comparator produces an analogue signal which is directly proportional to the instantaneous phase fluctuations between the two oscillator signals (for Fourier frequencies below the cut-off of the low-pass filter). This signal may be examined by analogue methods (such as continuous strip-chart recorder, r.m.s. voltmeter, or spectrum analyzer) or it can be examined by time domain methods using a sampling type A/D converter with a controlled sample averaging time τ , and the repetitive sampled measurements stored for analysis by a computer. Using this method, there is no dead time introduced by the measurement system, and the r.m.s. fractional frequency fluctuation is:

$$\frac{\Delta F}{F_0}(\tau)_{\text{rms}} = \frac{1}{4\pi F_0 \tau} \left[\frac{1}{(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} \left[[\varphi_{(t_k+2\tau)} - \varphi_{(t_k+\tau)}] - [\varphi_{(t_k+\tau)} - \varphi_{t_k}] \right]^2 \right]^{1/2}$$

where:

M = number of repetitive measurements

τ = sample averaging time (see Appendix A, Sub-clause A2.1)

Note. — If in fact the reference oscillator used has much better stability than the unit under test, then all of the frequency fluctuations can be attributed to the unit under test, and the equation above would be multiplied by $\sqrt{2}$.

Méthode 2: Deux oscillateurs à des fréquences légèrement différentes (figure 30b, page 21)

Dans ce cas, les deux oscillateurs que l'on compare sont normalement construits pour être rigoureusement identiques, à la différence que l'un des résonateurs de contrôle est ajusté à une fréquence légèrement différente de l'autre. La sortie du mélangeur sera donc une sinusoïde dont la fréquence est la différence entre les deux fréquences d'oscillateur, habituellement choisie dans la gamme de 100 Hz à 10 kHz. On suppose qu'une petite différence dans l'ajustage d'un résonateur à quartz ne modifie pas de façon significative les caractéristiques du bruit aléatoire de l'oscillateur.

Le nombre spécifié de mesures, M , de la période de la fréquence de battement est effectué selon le temps d'intégration spécifié τ (τ doit être un nombre entier de périodes de la fréquence de battement). L'intervalle entre mesurages successifs, T , sera normalement plus long d'au moins une période de la fréquence de battement que le temps d'intégration par échantillon τ (et peut être plus long de deux périodes ou plus selon la fréquence de battement et le temps de redémarrage d'un nouveau cycle du système d'acquisition des données enregistrées). La fluctuation relative de fréquence est:

$$\frac{\Delta F}{F_0}(\tau)_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{B_2(r, \mu)}} \times \frac{1}{2 F_0} \left[\frac{1}{(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (F_{k+1} - F_k)^2 \right]^{1/2}$$

où:

τ = temps d'intégration par échantillon

$B_2(r, \mu)$ = facteur de correction pour temps mort (voir annexe A, paragraphe A2.1)

T = durée d'échantillonnage

$r = \frac{T}{\tau}$ = rapport de la durée d'échantillonnage au temps d'intégration par échantillon

F_k, F_{k+1} = mesures successives de la fréquence de battement intégrées pour le temps d'échantillonnage τ comme décrit ci-dessus

Note. — Comme pour la méthode 1 ci-dessus, si l'oscillateur de référence a une meilleure stabilité que celle de l'oscillateur essayé, toutes les fluctuations de fréquence peuvent être attribuées à l'oscillateur essayé et la valeur ci-dessus doit normalement être multipliée par $\sqrt{2}$.

Modification des méthodes 1 et 2: Utilisation d'un filtre à quartz (figure 30c, page 21)

Dans les cas spéciaux (par exemple, s'il est intéressant d'avoir des temps d'intégration très courts), un filtre à bande étroite peut être inséré entre l'oscillateur de référence et le mélangeur ou comparateur de phase. Pour des temps d'intégration τ beaucoup plus courts que l'inverse de la bande passante du filtre, cette modification peut éliminer les bandes latérales de bruit du signal de référence; ainsi seulement les fluctuations de la fréquence de l'oscillateur essayé seront observées. Cependant, pour être efficace, le filtre à quartz lui-même doit être exempt de bruit excessif, protégé contre les perturbations mécaniques et maintenu à température constante.

Précautions

La stabilité de fréquence à court terme d'un oscillateur étant une mesure très sensible de la pureté spectrale, il convient d'effectuer son mesurage dans des conditions précises de conduite. Pour des ordres élevés de stabilité, il convient d'utiliser des enceintes blindées, l'appareillage d'enregistrement étant placé hors de l'enceinte.

Conditions spécifiées

Les conditions d'essai suivantes sont prescrites dans la spécification particulière:

- 1) tension d'alimentation;
- 2) ondulation de la tension d'alimentation;

Method 2: Two oscillators having slightly different frequencies (Figure 30b, page 21)

In this case, the two oscillators being compared are usually made to be essentially identical, except that one of the controlling crystals is adjusted to a slightly different frequency. Therefore, the output of the mixer will have a sinusoidal waveform whose frequency is the difference between the two oscillator frequencies. This is commonly chosen to be somewhere in the range from 100 Hz to 10 kHz. It is assumed that the small difference in crystal unit adjustment will not significantly influence the random noise characteristics of the oscillator.

The specified number of measurements, M , of the period of the beat frequency are made using the specified averaging time τ (τ should be an integral number of periods of the beat frequency). The interval between successive measurements, T , will usually be at least one period of the beat frequency longer than the sample averaging time, τ (and may be two or more periods greater depending upon the beat frequency and the recycling time of the counter-data acquisition system). The fractional frequency fluctuation is:

$$\frac{\Delta F}{F_0}(\tau)_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{B_2(r, \mu)}} \times \frac{1}{2 F_0} \left[\frac{1}{(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (F_{k+1} - F_k)^2 \right]^{1/2}$$

where:

τ = sample averaging time

$B_2(r, \mu)$ = correction factor for dead time (see Appendix A, Sub-clause A2.1)

T = sampling period

$r = \frac{T}{\tau}$ = ratio of sampling period to sample averaging time

F_k, F_{k+1} = successive measurements of the beat frequency averaged for sample time τ as described above

Note. — As for Method 1, above, if the reference oscillator has much better stability than the unit under test, all of the frequency fluctuations may be attributed to the unit under test, and the value above should be multiplied by $\sqrt{2}$.

Modification of Methods 1 and 2: Use of a crystal filter (Figure 30c, page 21)

In special instances (for example, if only very short averaging times are of interest) a narrow-band crystal filter may be inserted between the reference oscillator and the mixer or phase comparator. For averaging times τ much less than the reciprocal of the filter bandwidth, this modification can remove the noise sidebands from the reference signal, so that only the frequency fluctuations of the unit under test will be observed. To be effective, however, the crystal filter itself shall be free from excess noise, protected from mechanical disturbances and maintained at constant temperature.

Precautions

The short-term frequency stability of an oscillator is a very sensitive measure of the spectral purity and as such should be performed under controlled conditions. For high orders of stability, screened enclosures should be used, the recording apparatus being outside the enclosure.

Specified conditions

The values of the following test conditions shall be stated in the detail specification:

- 1) power supply voltage;
- 2) ripple of supply voltage;

- 3) détails concernant la charge de l'oscillateur;
- 4) temps d'intégration pour les mesures de l'oscillateur et nombre de mesures individuelles pour chaque temps d'intégration;
- 5) détails concernant les conditions d'environnement en fonctionnement de l'oscillateur;
- 6) largeur de bande du filtre passe-bas.

Résultats

Généralement on caractérise la stabilité de la fréquence à court terme d'un oscillateur sous la forme d'un graphique comme présenté à la figure 31, page 22.

La spécification particulière indique expressément si cette forme de présentation est requise.

Page 117

Figure 30, voir pages 20 et 21.

Page 118

Figure 31, voir page 22.

Page 126

Remplacer le texte de l'article A2 par le suivant:

A2. Mesures de la stabilité de fréquence à court terme (domaine temporel)

Pour de nombreuses applications d'oscillateurs pilotés par quartz (aussi bien que pour d'autres générateurs de fréquence de précision) la fluctuation de la fréquence par rapport à sa valeur moyenne est plus utile quand elle est exprimée par des caractéristiques de temps et de moyenne sur le temps qu'en caractéristiques de fréquence de Fourier.

Dans le domaine temporel, la définition fondamentale de la stabilité de la fréquence à court terme est fondée sur la variance à deux échantillons de la moyenne de l'écart relatif de fréquence instantanée.

$$\sigma_y^2(\tau) = \left\langle \frac{(\bar{Y}_{k+1} - \bar{Y}_k)^2}{2} \right\rangle \quad (\text{A-11})$$

où:

$\langle \rangle$ = moyenne des mesures calculée avec un nombre infini de mesures

τ = durée d'échantillonnage sur laquelle est établie la moyenne de l'écart relatif de fréquence instantanée \bar{Y}_k

Les mesures successives de \bar{Y}_k doivent être établies sans temps mort entre les mesures.

Pour les différents types de bruit pouvant perturber un oscillateur, il a été montré que l'incertitude relative sur la valeur calculée de la variance, à partir d'un nombre fini de mesurages, était de la forme:

$$\frac{\Delta(\sigma^2)}{\sigma^2} = \frac{C_\alpha}{M} \quad \text{pour} \quad M > 10$$

où:

M = nombre total de mesures de \bar{Y}_k utilisé pour le calcul

C_α = coefficient dépendant du type de bruit ($C_\alpha \leq 1$)

- 3) oscillator load details;
- 4) averaging time(s) for oscillator measurements, and number of individual measurements for each averaging time;
- 5) details of oscillator operating environment;
- 6) low-pass filter bandwidth.

Results

It is usual to characterize the short-term frequency stability of an oscillator in graphical form as shown in Figure 31, page 22.

Such a characteristic should be called for in the detail specification if required.

Page 117

Figure 30, see pages 20 and 21.

Page 118

Figure 31, see page 22.

Page 127

Replace the text of Clause A2 by the following:

A2. Measurement of short-term frequency stability (time domain)

In many applications of crystal controlled oscillators (as well as other precision frequency generators), the fluctuation of frequency from its average value is of more use when expressed in terms of its time and time-average characteristics rather than in terms of its Fourier frequency characteristics.

The fundamental time-domain definition of short-term frequency stability is based on the two-sample variance of the average relative deviation of the instantaneous frequency.

$$\sigma_y^2(\tau) = \left\langle \frac{(\bar{Y}_{k+1} - \bar{Y}_k)^2}{2} \right\rangle \quad (\text{A-11})$$

where:

$\langle \rangle$ = average calculated for an infinite number of measurements

τ = sampling period over which the average relative deviation of the instantaneous frequency, \bar{Y}_k , is obtained

The successive measurement of \bar{Y}_k shall be obtained without dead time between measurements.

For the different kinds of noise which can disturb an oscillator, it has been shown that the relative uncertainty of the variance value calculated from a finite number of measurements is of the form:

$$\frac{\Delta(\sigma^2)}{\sigma^2} = \frac{C_\alpha}{M} \quad \text{for } M > 10$$

where:

M = total number of measurements of \bar{Y}_k used for the calculation

C_α = coefficient depending on the type of noise ($C_\alpha \leq 1$)

La variance se définit alors par:

$$\sigma_y^2(M, 2, \tau, \tau) = \sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (\bar{Y}_{k+1} - \bar{Y}_k)^2 \quad (\text{A-12})$$

avec $\frac{\Delta(\sigma^2)}{\sigma^2} = \frac{C_\alpha}{M}$

Rappelons que, couramment, on considère qu'il y a cinq processus de bruits indépendants qui peuvent perturber un oscillateur. Pour ces types de bruit, le coefficient C_α est le suivant:

bruit de fréquence à marche aléatoire	$C_\alpha = 0,75$
bruit de scintillation de fréquence	$C_\alpha = 0,77$
bruit blanc de fréquence	$C_\alpha = 0,87$
bruit de scintillation de phase	$C_\alpha = 0,99$
bruit blanc de phase	$C_\alpha = 0,99$

La moyenne de l'écart relatif de fréquence instantanée est la sommation sur le temps τ de l'écart relatif de fréquence instantanée

$$\bar{Y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k + \tau} Y(t) dt$$

d'où selon la relation (A-6):

$$\bar{Y}_k = \frac{1}{2\pi F_o \tau} \int_{t_k}^{t_k + \tau} \dot{\phi}(t) dt = \frac{1}{2\pi F_o \tau} (\phi_{(t_k + \tau)} - \phi_{t_k})$$

La variance à deux échantillons sans temps mort pour un nombre M de mesures s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(\tau) &= \sigma_y^2(M, 2, \tau, \tau) = \\ &= \frac{1}{2(M-1)} \times \frac{1}{(2\pi F_o \tau)^2} \sum_{k=1}^{M-1} \left[[\phi_{(t_{k+1} + \tau)} - \phi_{(t_k + \tau)}] - [\phi_{(t_k + \tau)} - \phi_{t_k}] \right]^2 \end{aligned}$$

Le terme « sans temps mort » indique que:

$$t_{k+1} = t_k + \tau$$

En outre, la fluctuation de phase $\phi(t)$ peut être remplacée par la phase totale $\Phi(t)$ parce que les composantes de phase $2\pi F_o \tau$ se compensent et c'est pourquoi:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \times \frac{1}{(2\pi F_o \tau)^2} \sum_{k=1}^{M-1} \left[[\Phi_{(t_{k+1} + \tau)} - \Phi_{(t_k + \tau)}] - [\Phi_{(t_k + \tau)} - \Phi_{t_k}] \right]^2 \quad (\text{A-13})$$

A2.1 Fluctuation efficace de la fréquence relative

Les caractéristiques de fluctuation de la fréquence relative dans le domaine temporel sont souvent données en termes d'écart plutôt que de variance et sont exprimées en valeurs

The variance is then defined by:

$$\sigma_y^2(M, 2, \tau, \tau) = \sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (\bar{Y}_{k+1} - \bar{Y}_k)^2 \quad (\text{A-12})$$

with $\frac{\Delta(\sigma^2)}{\sigma^2} = \frac{C_\alpha}{M}$

At present, it is considered that there are five independent noise processes which can disturb an oscillator. For these types of noise, the coefficient C_α is as follows:

random walk frequency noise	$C_\alpha = 0.75$
frequency scintillation noise	$C_\alpha = 0.77$
frequency white noise	$C_\alpha = 0.87$
phase scintillation noise	$C_\alpha = 0.99$
phase white noise	$C_\alpha = 0.99$

The average relative deviation of instantaneous frequency is the summation over time τ of the relative deviation of instantaneous frequency

$$\bar{Y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k + \tau} Y(t) dt$$

whence, using relation (A-6):

$$\bar{Y}_k = \frac{1}{2\pi F_o \tau} \int_{t_k}^{t_k + \tau} \dot{\varphi}(t) dt = \frac{1}{2\pi F_o \tau} (\varphi_{(t_k + \tau)} - \varphi_{t_k})$$

The two-sample variance without dead time for a number M of measurements can then be written:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2(\tau) &= \sigma_y^2(M, 2, \tau, \tau) = \\ &= \frac{1}{2(M-1)} \times \frac{1}{(2\pi F_o \tau)^2} \sum_{k=1}^{M-1} \left[[\varphi_{(t_{k+1} + \tau)} - \varphi_{(t_k + \tau)}] - [\varphi_{(t_k + \tau)} - \varphi_{t_k}] \right]^2. \end{aligned}$$

The expression "without dead time" means that:

$$t_{k+1} = t_k + \tau$$

Further, the phase fluctuation $\varphi(t)$ can be replaced by the total phase $\Phi(t)$ because the phase components $2\pi F_o \tau$ cancel and therefore:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \times \frac{1}{(2\pi F_o \tau)^2} \sum_{k=1}^{M-1} \left[[\Phi_{(t_k + 2\tau)} - \Phi_{(t_k + \tau)}] - [\Phi_{(t_k + \tau)} - \Phi_{t_k}] \right]^2 \quad (\text{A-13})$$

A2.1 R.M.S. fractional frequency fluctuation

The time-domain characteristics of fractional frequency fluctuation are often stated in terms of the deviation rather than variance, and termed the root-mean-square value. In a

efficaces. Du point de vue statistique, la valeur efficace est définie comme la racine carrée de la variance à deux échantillons.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F}{F_0}(\tau)_{\text{eff}} &= \sigma_y(M, 2, \tau, \tau) = \sigma_y(\tau) = \\ &= \frac{1}{2\pi F_0 \tau} \left[\frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} [\Phi_{(t_k+2\tau)} - \Phi_{(t_k+\tau)}] - [\Phi_{(t_k+\tau)} - \Phi_{t_k}] \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

C'est le tracé de cette courbe (échelle log-log) $\sigma_y(\tau) = f(\tau)$ qui représente habituellement la stabilité de fréquence dans le domaine temporel d'un oscillateur. (Un exemple est représenté à la figure A1a, page 18.)

Les différentes pentes de cette courbe peuvent renseigner sur la nature du bruit perturbant l'oscillateur dans le temps considéré.

La figure A1b, page 19, indique les caractéristiques de pente des cinq processus de bruit indépendants. Elles sont réunies pour former une courbe ressemblant à la figure A1a où un processus de bruit prédomine dans une région particulière de τ .

Nous voyons que le bruit de phase, qu'il soit blanc ou de scintillation, donne une courbe de même pente. Pour lever le doute sur la nature exacte du bruit, il est nécessaire d'effectuer des mesures complémentaires (à l'aide de filtres ayant différentes fréquences de coupure) ou de caractériser l'oscillateur dans le domaine fréquentiel car alors la courbe $S_\Phi(f) = F(f)$ (f = fréquence de Fourier) a des lois énergétiques différentes (pentes différentes) pour ces deux types de bruit (en $1/f$ pour le bruit de scintillation de phase, et f^0 pour le bruit blanc de phase).

A2.2 Méthode de mesure

Dans le domaine temporel, du point de vue expérimental, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. La relation (A-14) montre que si l'on connaît la phase du signal de l'oscillateur aux instants $t_{k+n\tau}$, $n = 0, 1, 2 \dots M$, il sera possible de calculer la stabilité sur le temps τ (et ses multiples). L'utilisation d'un comparateur de phase permet de connaître la phase d'un signal par rapport à celle du signal d'un autre oscillateur considéré comme référence (si les deux oscillateurs étaient de même nature, il y aurait lieu de diviser la variance obtenue ($\sigma_y^2(\tau)$) par 2).

La précision de la mesure dépend de la précision de lecture du phasemètre et de la fréquence de comparaison f_0 (une précision de 1/1 000 de tour de phase complet pour des signaux comparés à 1 MHz donnera une résolution de 1×10^{-9} /s). La résolution peut être améliorée en multipliant la fréquence des oscillateurs puis en les comparant à la fréquence ainsi obtenue (à 100 MHz la résolution sera de 1×10^{-11} /s, à 10 GHz elle sera de 1×10^{-13} /s).

Si M échantillons sont enregistrés chacun avec le temps d'intégration par échantillon τ , il est possible d'obtenir l'information pour les autres temps d'intégration à partir de la même collection de données. Par exemple, on peut obtenir $(M-1)$ valeurs de la comparaison pour le temps d'intégration par échantillon τ , ou $(M/2-1)$ comparaisons pour les temps d'intégration par échantillon 2τ , ou $(M/4-1)$ comparaisons pour les temps d'intégration par échantillon 4τ , etc.

Le temps maximal d'intégration par échantillon pour lequel une quelconque information peut être obtenue est $(M/2)\tau$, pour laquelle une seule comparaison (deux valeurs) peut être obtenue. Il n'est généralement pas recommandé de tabler sur des résultats correspondant à des temps d'intégration par échantillon plus longs que $(M/10)\tau$, pour lesquels 10 échantillons équivalents peuvent être obtenus.

L'enregistrement graphique du signal de sortie, rendu analogique, du comparateur de phase permet de réaliser manuellement (sans calculateur) le calcul de la variance.

statistical sense, the r.m.s. value is defined as the square root of the two-sample variance:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F}{F_0}(\tau)_{\text{rms}} &= \sigma_y(M, 2, \tau, \tau) = \sigma_y(\tau) = \\ &= \frac{1}{2\pi F_0 \tau} \left[\frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} \left[[\Phi_{(tk+2\tau)} - \Phi_{(tk+\tau)}] - [\Phi_{(tk+\tau)} - \Phi_{tk}] \right]^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

It is the curve $\sigma_y(\tau) = f(\tau)$ (log-log scale) which usually represents the time-domain frequency stability of an oscillator. (An example is shown in Figure A1a, page 18.)

The various slopes of this curve can provide information on the nature of the noise disturbing the oscillator over the time considered.

Figure A1b, page 19, gives the slope characteristics of the five independent noise processes. They are connected to form a curve resembling Figure A1a, where one noise process predominates in a particular region of τ .

It can be seen that the phase noise, whether white noise or scintillation noise, gives a curve having the same slope. To remove the doubt on the exact nature of the noise, it is necessary to carry out supplementary measurements (using filters having different cut-off frequencies) or to characterize the oscillator in the frequency domain since the curve $S_{\Phi}(f) = F(f)$ (f = Fourier frequency) then has different power laws (slopes) for these two kinds of noise ($1/f$ for phase scintillation noise and f^2 for phase white noise).

A2.2 Measurement methods

In the time domain, experimentally, several methods may be used. Relation (A-14) shows that if the phase of the oscillator signal is known at times $t_k + n\tau$, $n = 0, 1, 2 \dots M$, it will be possible to calculate the stability over time τ (and its multiples). The use of a phase comparator makes it possible to know the phase of a signal with respect to the phase of the signal of another oscillator considered as a reference (if the two oscillators should be the same kind, the variance obtained ($\sigma_y^2(\tau)$) should be divided by 2).

The accuracy of the measurement depends on the resolution of the phase meter and the frequency of comparison f_0 (a precision of 1/1 000 of a complete phase rotation for signals compared at 1 MHz will give a resolution of 1×10^{-9} /s). The resolution can be improved by multiplying the frequency of the oscillators and then comparing them at the frequency thus obtained (at 100 MHz, the resolution will be 1×10^{-11} /s; at 10 GHz, 1×10^{-13} /s).

If a number M of samples are recorded, each with sample averaging time τ , it is possible to obtain information for other averaging times from the same set of data. For example, one may obtain $(M-1)$ values of comparison at sample averaging time τ , or $(M/2-1)$ comparisons for sample averaging times 2τ , or $(M/4-1)$ comparisons for sample averaging times 4τ , etc.

The maximum sample averaging time for which any information can be obtained is $(M/2)\tau$, for which only one comparison (two values) can be obtained. Generally, it is not recommended to rely on results corresponding to sample averaging times longer than $(M/10)\tau$, for which 10 equivalent samples can be obtained.

The graphical recording of the output signal, converted into analogue form, of the phase comparator makes it possible to calculate the variance manually (without computer).

Il convient de remarquer que cette méthode de mesure ne fait intervenir aucun temps mort entre les mesures successives de \bar{Y}_k et que, de plus, elle ne nécessite aucun décalage en fréquence des oscillateurs (particulièrement utile dans le cas de l'observation de deux horloges). Une autre méthode qui élimine le temps mort peut être trouvée dans le rapport NBSIR 75-827*.

Une autre méthode peut être utilisée; elle consiste à mesurer la période de la fréquence d'une fréquence de battement obtenue par mélange d'un signal de l'oscillateur essayé avec un signal d'un oscillateur de référence (ce qui entraîne que la fréquence de l'un des oscillateurs doit être décalable pour obtenir un battement). Dans ce cas, les différences premières de phase de l'expression (A-14) sont les données successives du compteur qui représentent, en fait, un nombre entier de tours de phase du signal à la fréquence F_0 .

La racine carrée de la variance s'exprime alors par:

$$\sigma_y(M, 2, T, \tau) = \frac{1}{F_0} \left[\frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (F_{k+1} - F_k)^2 \right]^{1/2}$$

où:

F_k, F_{k+1} = mesures consécutives de la fréquence de battement. (Si les deux oscillateurs sont de la même sorte, il convient de diviser σ_y par $\sqrt{2}$)

Il faut remarquer que, en général, il est difficile d'obtenir des mesures consécutives au moyen du compteur de fréquence sans temps mort. Il y a lieu alors d'appliquer un facteur correctif pour obtenir la véritable variance sans temps mort.

$$\sigma_y^2(M, 2, \tau, \tau) = \frac{\sigma_y^2(M, 2, T, \tau)}{B_2(r, \mu)}$$

où:

T = temps entre deux mesures (de durée τ) successives

$B_2(r, \mu)$ = facteur correctif qui dépend du rapport du temps successif des mesures au temps de la mesure $r = \frac{T}{\tau}$ et du processus de bruit qui perturbe l'oscillateur sur le temps considéré

μ = $-(\alpha+1)$, α étant l'exposant de la loi énergétique du bruit qui prédomine dans l'expression générale

$$S_y(f) = \Sigma h_\alpha f^\alpha$$

α = -2 pour le bruit de fréquence à marche aléatoire

α = -1 pour le bruit de scintillation de fréquence

α = 0 pour le bruit blanc de fréquence

α = 1 pour le bruit de scintillation de phase

α = 2 pour le bruit blanc de phase

La table de $B(r, \mu)$ peut être trouvée dans le NBS, Washington, D.C., Tech. Note 375, Janvier 1969: «Tables of Bias Functions B_1 and B_2 for Variances Based on Finite Samples of Processes with Power Spectral Densities» par J. R. Barnes. Les valeurs de $B_2(r, \mu)$ pour quelques valeurs habituellement rencontrées de μ et $r = T/\tau$ sont données dans le tableau AI.

* NBSIR 75-827: Report on NBS Dual Minor Time Difference System for Time Domain Measurements, par David W. Allan.

It should be noted that this method of measurement involves no dead time between successive measurements of \bar{Y}_k and moreover that it requires no frequency shift of the oscillators (particularly useful in the case of the observation of two clocks). Another method which eliminates dead time may be found in Report NBSIR 75-827*.

Another method can be used; it consists of measuring the period of the frequency of a beat frequency obtained by mixing the signal of the oscillator under test with the signal of a reference oscillator (which implies that it shall be possible to shift the frequency of one of the oscillators in order to obtain a beat frequency). In this case, the first phase differences of expression (A-14) are the successive indications of the counter which in fact represent an integral number of phase rotations of the signal of frequency F_o .

The square root of the variance is then expressed by:

$$\sigma_y(M, 2, T, \tau) = \frac{1}{F_o} \left[\frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (F_{k+1} - F_k)^2 \right]^{1/2}$$

where:

F_k, F_{k+1} = consecutive measurements of the beat frequency. (If the two oscillators are of the same kind, σ_y should be divided by $\sqrt{2}$)

It should be noted that in general it is difficult to obtain consecutive measurements with the frequency counter without dead time. A correction factor should then be applied in order to obtain the true variance without dead time.

$$\sigma_y^2(M, 2, T, \tau) = \frac{\sigma_y^2(M, 2, T, \tau)}{B_2(r, \mu)}$$

where:

T = time between two successive measurements (of duration τ)

$B_2(r, \mu)$ = correction factor which depends on the ratio $r = \frac{T}{\tau}$ of the time between successive measurements to the measuring time and on the noise process which disturbs the oscillator over the time considered

μ = $-(\alpha+1)$, α being the exponent of the noise power law which predominates in the general expression

$$S_y(f) = \Sigma h_\alpha f^\alpha$$

α = -2 for random walk frequency noise

α = -1 for frequency scintillation noise

α = 0 for frequency white noise

α = 1 for phase scintillation noise

α = 2 for phase white noise

The table for $B(r, \mu)$ can be found in *NBS*, Washington, D.C., Tech. Note 375, January 1969: "Tables of Bias Functions B_1 and B_2 for Variances Based on Finite Samples of Processes with Power Spectral Densities" by J. R. Barnes. Values of $B_2(r, \mu)$ for some commonly encountered values of μ and $r = T/\tau$ are given in Table AI.

* NBSIR 75-827: Report on NBS Dual Minor Time Difference System for Time Domain Measurements, by David W. Allan.

TABLEAU AI

Valeurs de $B_2(r, \mu)$ fréquemment rencontrées

		$r = T/\tau$		
μ	1,00	1,01	1,10	2,0
+2	1,000	1,020	1,2100	4,0000
+1	1,000	1,015	1,1500	2,5000
0	1,000	1,010	1,0890	1,5660
-1	1,000	1,000	1,000	1,0000
-2	1,000	0,6667	0,6667	0,6667

Equation:

$$B_2(r, \mu) = \frac{1 + \frac{1}{2} [2(r)^{\mu+2} - (r+1)^{\mu+2} - (r-1)^{\mu+2}]}{2(1 - 2^\mu)}$$

et, par définition, lorsque $\mu = -1$

$$B_2(r, \mu) \equiv 1,000.$$

Remarques: Correspondance mathématique entre le domaine fréquentiel et le domaine temporel

De récentes études permettent de lier les mesures effectuées dans le domaine fréquentiel (densités spectrales) aux mesures du domaine temporel (variance) et vice versa.

En particulier, lorsque le bruit peut être exprimé comme la somme des termes énergétiques comme décrit dans l'alinéa précédent, la mesure dans le domaine temporel peut s'écrire:

$$\sigma_y^2(2, \tau, \tau) = \sigma_y^2(\tau) = h_{-2} \left[\frac{4 \pi^2 \tau}{6} \right] + h_{-1} (2 \ln 2) + h_0 \left[\frac{1}{2\tau} \right] + h_1 \left[\frac{1}{4 \pi^2 \tau^2} \right] [1,038 + 3 \ln (2 \pi f_h \tau)] + h_2 \left[\frac{3 f_h}{4 \pi^2 \tau^2} \right]$$

où:

h_α = coefficient du processus de bruit caractérisé par f^α comme défini ci-dessus et

f_h = fréquence de coupure supérieure du filtre passe-bas du système

Les fonctions de la densité spectrale correspondant à cette fonction dans le domaine temporel peuvent donc s'écrire:

$$S_y(f) = \frac{f^2}{f_0^2} S_\varphi(f) = h_{-2} f^{-2} + h_{-1} f^{-1} + h_0 f^0 + h_1 f^1 + h_2 f^2$$

où:

$S_y(f)$ = densité spectrale énergétique de la fluctuation de la fréquence

$S_\varphi(f)$ = densité spectrale de la fluctuation de phase

TABLE AI

Values of $B_2(r, \mu)$ frequently encountered

		$r = T/\tau$		
μ	1.00	1.01	1.10	2.0
+2	1.000	1.020	1.2100	4.0000
+1	1.000	1.015	1.1500	2.5000
0	1.000	1.010	1.0890	1.5660
-1	1.000	1.000	1.000	1.0000
-2	1.000	0.6667	0.6667	0.6667

Equation:

$$B_2(r, \mu) = \frac{1 + \frac{1}{2} [2(r)^{\mu+2} - (r+1)^{\mu+2} - (r-1)^{\mu+2}]}{2(1 - 2^\mu)}$$

and, by definition, when $\mu = -1$

$$B_2(r, \mu) \equiv 1.000.$$

Remarks: Mathematical correspondence between the frequency domain and the time domain

Recent work enables measurements carried out in the frequency domain (spectral densities) to be connected with time domain measurements (variance) and vice versa.

In particular, when the noise may be expressed as the sum of power terms as described in the previous paragraph, the time domain function may be written:

$$\sigma_y^2(2, \xi, \tau) = \sigma_y^2(\tau) = h_{-2} \left[\frac{4 \pi^2 \tau}{6} \right] + h_{-1} (2 \ln 2) + h_0 \left[\frac{1}{2\tau} \right] + h_1 \left[\frac{1}{4 \pi^2 \tau^2} \right] [1.038 + 3 \ln (2 \pi f_h \tau)] + h_2 \left[\frac{3 f_h}{4 \pi^2 \tau^2} \right]$$

where:

h_x = coefficient of the noise process characterized by f^x , as defined above and

f_h = upper cut-off frequency of the system low-pass filter

The spectral density functions corresponding to this time domain function may then be written as:

$$S_y(f) = \frac{f^2}{f_0^2} S_\phi(f) = h_{-2} f^{-2} + h_{-1} f^{-1} + h_0 f^0 + h_1 f^1 + h_2 f^2$$

where:

$S_y(f)$ = power spectral density of frequency fluctuation

$S_\phi(f)$ = spectral density of phase fluctuation

D'après ces deux relations, la conversion des mesures pour chacun des cinq processus de bruit du domaine fréquentiel au domaine temporel, et inversement, peut se faire dans l'hypothèse où

$$2 \pi f_h \tau \gg 1$$

et

$$0 < f \leq f_h$$

en utilisant les coefficients du tableau AII suivant.

TABLEAU AII

Conversion des processus de la densité spectrale de loi énergétique entre le domaine temporel et le domaine fréquentiel

Description du processus de bruit	Domaine temporel		Domaine fréquentiel	
	μ	$\sigma_y^2(\tau) =$	a	$S_y(f) =$
Bruit de fréquence à marche aléatoire	1	$A \left[f^2 S_y(f) \right] \tau$	-2	$\frac{1}{A} \left[\tau^{-1} \sigma_y^2(\tau) \right] f^{-2}$
Bruit de scintillation de fréquence	0	$B \left[f S_y(f) \right]$	-1	$\frac{1}{B} \left[\sigma_y^2(\tau) \right] f^{-1}$
Bruit blanc de fréquence	-1	$C \left[S_y(f) \right] \tau^{-1}$	0	$\frac{1}{C} \left[\tau \sigma_y^2(\tau) \right]$
Bruit de scintillation de phase	-2	$D \left[f^{-1} S_y(f) \right] \tau^{-2}$	1	$\frac{1}{D} \left[\tau^2 \sigma_y^2(\tau) \right] f$
Bruit blanc de phase	-2	$E \left[f^{-2} S_y(f) \right] \tau^{-2}$	2	$\frac{1}{E} \left[\tau^2 \sigma_y^2(\tau) \right] f^2$

où:

$$A = 4 \pi^2 / 6$$

$$B = 2 \ln 2$$

$$C = 1/2$$

$$D = \frac{1,038 + 3 \ln(2 \pi f_h \tau)}{4 \pi^2}$$

$$E = 3 f_h / 4 \pi^2$$

τ = temps d'intégration par échantillon

f = fréquence de Fourier

f_h = fréquence de coupure du filtre passe-bas

μ = exposant de τ dans la formule pour les expressions dans le domaine temporel

According to these two relations, the conversion of the measurements for each of the five noise processes from the frequency domain to the time domain and conversely may be made on the assumption that

$$2 \pi f_h \tau \gg 1$$

and

$$0 < f \leq f_h$$

using the coefficients of Table AII.

TABLE AII

Conversion of power-law spectral-density processes between time domain and frequency domain

Noise process	Time domain		Frequency domain	
	μ	$\sigma_y^2(\tau) =$	α	$S_y(f) =$
Random walk frequency noise	1	A $[f^2 S_y(f)] \tau^{-2}$	-2	$\frac{1}{A} [\tau^{-1} \sigma_y^2(\tau)] f^{-2}$
Frequency scintillation noise	0	B $[f S_y(f)] \tau^{-1}$	-1	$\frac{1}{B} [\sigma_y^2(\tau)] f^{-1}$
Frequency white noise	-1	C $[S_y(f)] \tau^{-1}$	0	$\frac{1}{C} [\tau \sigma_y^2(\tau)]$
Phase scintillation noise	-2	D $[f^{-1} S_y(f)] \tau^{-2}$	1	$\frac{1}{D} [\tau^2 \sigma_y^2(\tau)] f$
Phase white noise	-2	E $[f^{-2} S_y(f)] \tau^{-2}$	2	$\frac{1}{E} [\tau^2 \sigma_y^2(\tau)] f^2$

where:

$$A = 4 \pi^2 / 6$$

$$B = 2 \ln 2$$

$$C = 1/2$$

$$D = \frac{1.038 + 3 \ln(2 \pi f_h \tau)}{4 \pi^2}$$

$$E = 3 f_h / 4 \pi^2$$

τ = sample averaging time

f = Fourier frequency

f_h = cut-off frequency of low-pass filter

μ = exponent of τ in formula for time-domain expressions

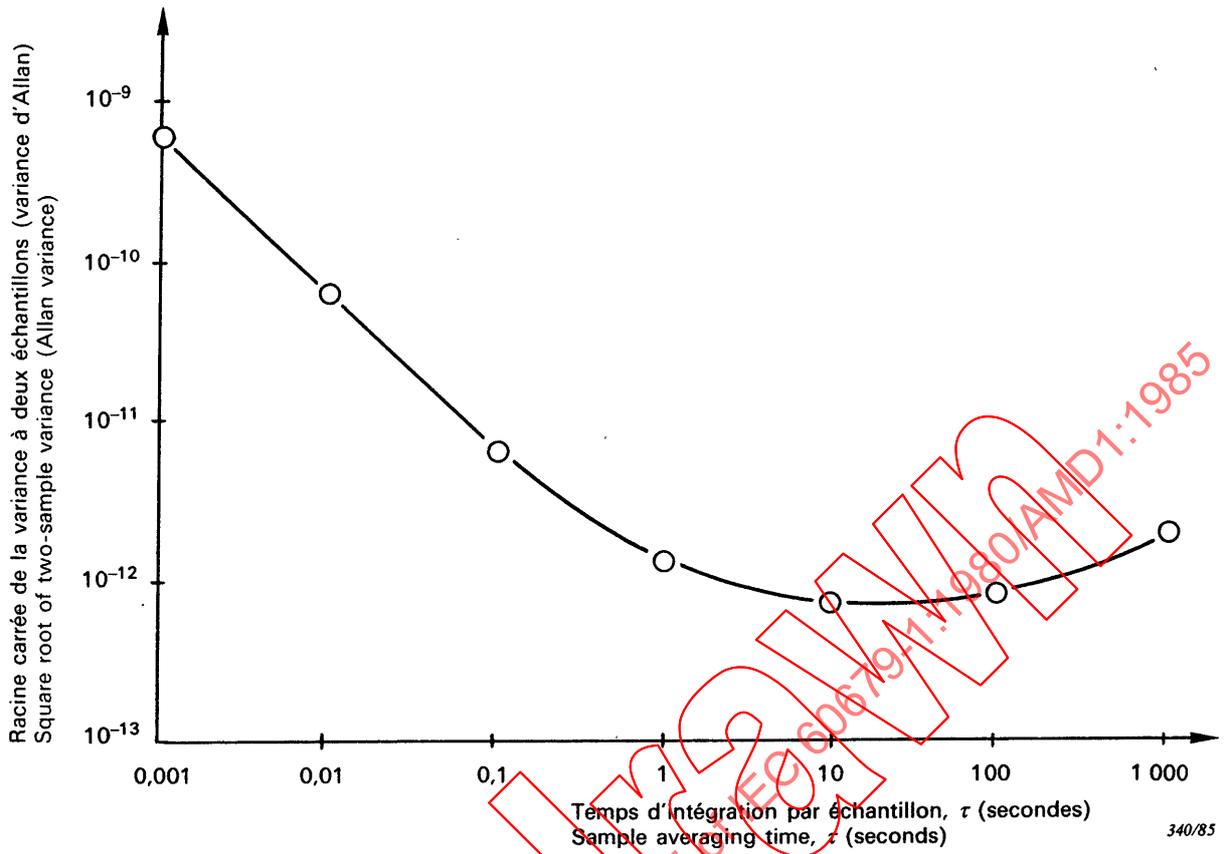
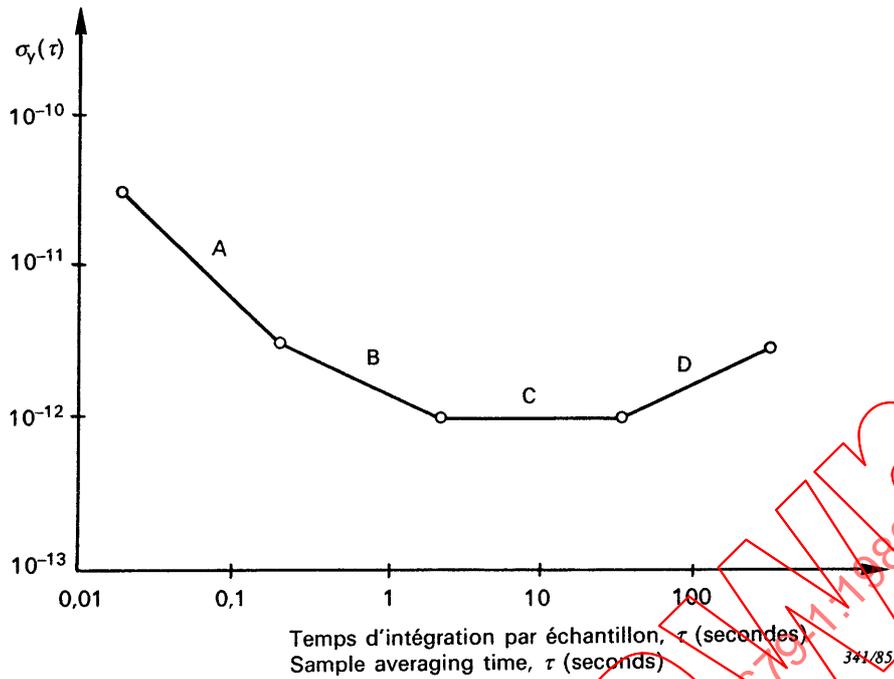


FIG. A1a. — Relation typique de la stabilité de fréquence d'un oscillateur à quartz.
Typical curve for the frequency stability of a quartz crystal oscillator.



- A = bruit blanc de phase, bruit de scintillation de phase, A = white phase noise, phase scintillation noise, pente = -1 slope = -1
- B = bruit blanc de fréquence, pente = -1/2 B = white frequency noise, slope = -1/2
- C = bruit de scintillation de fréquence, pente = 0 C = frequency scintillation noise, slope = 0
- D = bruit de fréquence à marche aléatoire, D = random walk frequency noise, slope = 1/2 pente = 1/2

FIG. A1b. — Caractéristiques des graphiques σ/τ pour les cinq processus de bruit habituellement rencontrés.
Characteristics of σ/τ plots for five common noise processes.