NORME INTERNATIONALE

INTERNATIONAL STANDARD

CEI
IEC

60605-4

Deuxième édition
Second edition
2001-08

Essai de fiabilité des équipements –

Partie 4:
Méthodes statistiques de distribution exponentielle – Estimateurs ponctuels, intervalles de confiance, intervalles de prédiction et intervalles de tolérance

Equipment reliability testing –

Part 4:
Statistical procedures for exponential distribution – Point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals

Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 60605-4:2001

Numérotation des publications

Depuis le 1er janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000. Ainsi, la CEI 34-1 devient la CEI 60034-1.

Editions consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Informations supplémentaires sur les publications de la CEI

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique. Des renseignements relatifs à cette publication, y compris sa validité, sont disponibles dans le Catalogue des publications de la CEI (voir ci-dessous) en plus des nouvelles éditions, amendements et corrigenda. Des informations sur les sujets à l'étude et l'avancement des travaux entrepris par le comité d'études qui a élaboré cette publication, ainsi que la liste des publications parues, sont également disponibles par l'intermédiaire de:

- **Site web de la CEI (www.iec.ch)**
- **Catalogue des publications de la CEI**

  Le catalogue en ligne sur le site web de la CEI (www.iec.ch/catlg-f.htm) vous permet de faire des recherches en utilisant de nombreux critères, comprenant des recherches textuelles, par comité d'études ou date de publication. Des informations en ligne sont également disponibles sur les nouvelles publications, les publications remplacées ou retirées, ainsi que sur les corrigenda.
- **IEC Just Published**

  Ce résumé des dernières publications parues (www.iec.ch/JP.htm) est aussi disponible par courrier électronique. Veuillez prendre contact avec le Service client (voir ci-dessous) pour plus d'informations.
- **Service clients**

  Si vous avez des questions au sujet de cette publication ou avez besoin de renseignements supplémentaires, prenez contact avec le Service clients:

  Email: custserv@iec.ch
  Tél: +41 22 919 02 11
  Fax: +41 22 919 03 00

Publication numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series. For example, IEC 34-1 is now referred to as IEC 60034-1.

Consolidated editions

The IEC is now publishing consolidated versions of its publications. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Further information on IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology. Information relating to this publication, including its validity, is available in the IEC Catalogue of publications (see below) in addition to new editions, amendments and corrigenda. Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is also available from the following:

- **IEC Web Site (www.iec.ch)**
- **Catalogue of IEC publications**

  The on-line catalogue on the IEC web site (www.iec.ch/catlg-e.htm) enables you to search by a variety of criteria including text searches, technical committees and date of publication. On-line information is also available on recently issued publications, withdrawn and replaced publications, as well as corrigenda.
- **IEC Just Published**

  This summary of recently issued publications (www.iec.ch/JP.htm) is also available by email. Please contact the Customer Service Centre (see below) for further information.
- **Customer Service Centre**

  If you have any questions regarding this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre:

  Email: custserv@iec.ch
  Tel: +41 22 919 02 11
  Fax: +41 22 919 03 00

NORME INTERNATIONALE

INTERNATIONAL STANDARD

CEI
IEC
60605-4

Deuxième édition
Second edition
2001-08

Essai de fiabilité des équipements –

Partie 4: Méthodes statistiques de distribution exponentielle – Estimateurs ponctuels, intervalles de confiance, intervalles de prédiction et intervalles de tolérance

Equipment reliability testing –

Part 4: Statistical procedures for exponential distribution – Point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals

International Electrotechnical Commission 3, rue de Varembé Geneva, Switzerland
Telefax: +41 22 919 0300 e-mail: inmail@iec.ch IEC web site http://www.iec.ch

Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE V

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

CONTENTS

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

ESSAI DE FIABILITÉ DES ÉQUIPEMENTS –

Partie 4: Méthodes statistiques de distribution exponentielle – Estimateurs ponctuels, intervalles de confiance, intervalles de prédiction et intervalles de tolérance

AVANT-PROPOS

1) La CEI (Commission Électrotechnique Internationale) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI, entre autres activités, publie des Normes internationales. Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
2) Les décisions ou accords officiels de la CEI concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
3) Les documents produits se présentent sous la forme de recommandations internationales. Ils sont publiés comme normes, spécifications techniques, rapports techniques ou guides et agréés comme tels par les Comités nationaux.
4) Dans le but d'encourager l'unification internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent à appliquer de façon transparente, dans toute la mesure possible, les Normes internationales de la CEI dans leurs normes nationales et régionales. Toute divergence entre la norme de la CEI et la norme nationale ou régionale correspondante doit être indiquée en termes clairs dans cette dernière.
5) La CEI n'a fixé aucune procédure concernant le marquage comme indication d'approbation et sa responsabilité n'est pas engagée quand un matériel est déclaré conforme à l'une de ses normes.
6) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments de la présente Norme internationale peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. La CEI ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et de ne pas avoir signalé leur existence.

La Norme internationale CEI 60605-4 a été établie par comité d'études 56 de la CEI: Sûreté de fonctionnement.

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition parue en 1986 et son amendement 1 (1989), dont elle constitue une révision technique.

Le texte de cette norme est issu des documents suivants:

FDIS	Rapport de vote
56/737/FDIS	56/756/RVD

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

Cette publication a été rédigée selon les Directives ISO/CEI, Partie 3.

Les annexes A et B sont données uniquement à titre d'information.

Les annexes C, D, E et F sont partie intégrante de cette norme.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

EQUIPMENT RELIABILITY TESTING –

Part 4: Statistical procedures for exponential distribution – Point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals

FOREWORD

1) The IEC (International Electrotechnical Commission) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of the IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, the IEC publishes International Standards. Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. The IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
2) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested National Committees.
3) The documents produced have the form of recommendations for international use and are published in the form of standards, technical specifications, technical reports or guides and they are accepted by the National Committees in that sense.
4) In order to promote international unification, IEC National Committees undertake to apply IEC International Standards transparently to the maximum extent possible in their national and regional standards. Any divergence between the IEC Standard and the corresponding national or regional standard shall be clearly indicated in the latter.
5) The IEC provides no marking procedure to indicate its approval and cannot be rendered responsible for any equipment declared to be in conformity with one of its standards.
6) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this International Standard may be the subject of patent rights. The IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

International Standard IEC 60605-4 has been prepared by IEC technical committee 56: Dependability.

This second edition cancels and replaces the first edition published in 1986 and its amendment 1 (1989), of which it constitutes a technical revision.

The text of this standard is based on the following documents:

FDIS	Report on voting
56/737/FDIS	56/756/RVD

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

This publication has been drafted in accordance with the ISO/IEC Directives, Part 3.

Annexes A and B are for information only.

Annexes C, D, E and F form an integral part of this standard.

Le comité a décidé que le contenu de cette publication ne sera pas modifié avant 2006. A cette date, la publication sera

- reconduite;
- supprimée;
- remplacée par une édition révisée, ou
- amendée.

The committee has decided that the contents of this publication will remain unchanged until 2006. At this date, the publication will be

- reconfirmed;
- withdrawn;
- replaced by a revised edition, or
- amended.

ESSAI DE FIABILITÉ DES ÉQUIPEMENTS –

Partie 4: Méthodes statistiques de distribution exponentielle – Estimateurs ponctuels, intervalles de confiance, intervalles de prédiction et intervalles de tolérance

1 Domaine d'application

La présente Norme internationale fournit des méthodes statistiques d'évaluation des estimateurs ponctuels, des intervalles de confiance, des intervalles de prédiction et des intervalles de tolérance pour le taux de défaillance des dispositifs dont les durées avant défaillance suivent une distribution exponentielle. C'est-à-dire que le taux de défaillance (voir VEI 191-12-02) est constant en fonction du temps. Il convient de noter que s'il est fait référence ci-dessus au taux de défaillance, les méthodes numériques décrites sont également applicables aux taux d'autres événements, pourvu que les durées avant l'occurrence de l'événement suivent une distribution exponentielle. Ainsi avec cette qualification, les méthodes numériques sont applicables, par exemple, aux intensités de défaillance constantes et aux taux de réparation constants (voir respectivement VEI 191-12-04 et VEI 191-13-02). Toutefois, par commodité, et pour éviter d'inutiles répétitions, il sera fait référence uniquement aux défaillances et taux de défaillance dans la suite de la présente norme.

Il convient que l'utilisation des procédures dans la présente norme s'appuie sur des essais en vue de confirmer la validité de l'hypothèse d'un taux de défaillance constant ou d'une intensité de défaillance constante (voir CEI 60605-6).

La présente norme s'applique aussi chaque fois qu'un échantillon de dispositifs prélevé au hasard est soumis à un test de durée de fonctionnement avant défaillance pour effectuer des mesures permettant d'estimer la fiabilité.

2 Références normatives

Les documents normatifs suivants contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente partie de la CEI 60605. Pour les références datées, les amendements ultérieurs ou les révisions de ces publications ne s'appliquent pas. Toutefois, les parties prenantes aux accords fondés sur la présente partie de la CEI 60605 sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des documents normatifs indiqués ci-après. Pour les références non datées, la dernière édition du document normatif en référence s'applique. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

CEI 60050(191):1990, *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI) – Chapitre 191: Sûreté de fonctionnement et qualité de service*

CEI 60605-6:1997, *Essais de fiabilité des équipements – Partie 6: Tests de validité des hypothèses du taux de défaillance constant ou de l'intensité de défaillance constante*

ISO 3534-1:1993, *Statistique – Vocabulaire et symboles – Partie 1: Probabilité et termes statistiques généraux*

ISO 3534-2:1993, *Statistique – Vocabulaire et symboles – Partie 2: Maîtrise statistique de la qualité*

EQUIPMENT RELIABILITY TESTING –

Part 4: Statistical procedures for exponential distribution – Point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals

1 Scope

This International Standard provides statistical methods for evaluating point estimates, confidence intervals, prediction intervals and tolerance intervals for the failure rate of items, whose time to failure follows an exponential distribution. This implies that the failure rate (see IEV 191-12-02) is constant with respect to time. It should be noted that although reference is made above to failure rate, the numerical methods to be described are equally applicable to other event rates provided the times to the occurrence of the event follow an exponential distribution. Thus, with this qualification, the numerical methods will apply, for example, to constant failure intensities and constant repair rates (see IEV 191-12-04 and IEV 191-13-02 respectively). For convenience, however, and to avoid unnecessary repetition, reference will be made in what follows only to failures and failure rates.

Use of the procedures in this standard should be supported by tests to confirm the validity of the assumption of constant failure rate or failure intensity (see IEC 60605-6).

This standard is also applicable whenever a random sample of items is subjected to a test of times to failure for the purpose of estimating measures of reliability performance.

2 Normative references

The following normative documents contain provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this part of IEC 60605. For dated references, subsequent amendments to, or revisions of, any of these publications do not apply. However, parties to agreements based on this part of IEC 60605 are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent editions of the normative documents indicated below. For undated references, the latest edition of the normative document referred to applies. Members of IEC and ISO maintain registers of currently valid International Standards.

IEC 60050(191):1990, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Chapter 191: Dependability and quality of service*

IEC 60605-6:1997, *Equipment reliability testing – Part 6: Tests for the validity of the constant failure rate or constant failure intensity assumptions*

ISO 3534-1:1993, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: Probability and general statistical terms*

ISO 3534-2:1993, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 2: Statistical quality control*

3 Définitions et symboles

Pour les besoins de la présente Norme internationale, les termes et définitions donnés dans la CEI 60050(191), dans l'ISO 3534-1 et dans l'ISO 3534-2 s'appliquent, ainsi que les définitions et symboles qui suivent. Des constantes et fonctions additionnelles sont définies dans le texte.

3.1 Définitions

3.1.1
intervalle de confiance bilatéral (voir ISO 3534-1, 2.57)
si m_{L2} et m_{U2} sont deux fonctions des valeurs observées telles que, m étant un paramètre de population à estimer, la probabilité $\Pr(m_{L2} \leq m \leq m_{U2})$ est au moins égale à $(1-\alpha)$, (où $(1-\alpha)$ est un nombre fixé, positif et inférieur à 1), l'intervalle entre m_{L2} et m_{U2} est un intervalle de confiance bilatéral $(1-\alpha)$ pour m

3.1.2
intervalle de confiance unilatéral (voir ISO 3534-1, 2.58)
si m_{U1} (ou m_{L1}) est une fonction des valeurs observées telle que, m étant un paramètre de la population à estimer, la probabilité $\Pr(m_{U1} \geq m)$ (ou la probabilité $\Pr(m_{L1} \leq m)$) est au moins égale à $(1-\alpha)$ (où $(1-\alpha)$ est un nombre fixé, positif et inférieur à 1), l'intervalle de la plus petite valeur possible de m à m_{U1} (ou l'intervalle de m_{L1} à la plus grande valeur possible de m) est un intervalle de confiance unilatéral $(1-\alpha)$ pour m

NOTE Voir annexe B pour plus de détails.

3.1.3
limites de tolérance (voir ISO 3534-2, 1.4.3)
deux limites ℓ_{L2} et ℓ_{U2} sur le nombre de défaillances observées entre lesquelles au moins une proportion P de la population peut être située (avec une probabilité de $1-\alpha$)

NOTE L'intervalle entre ℓ_{L2} et ℓ_{U2} est dit intervalle de tolérance.

3.1.4 (voir ISO 3534-2, 1.4.4)
tolérance
différence entre les limites de tolérance supérieure et inférieure

NOTE Des définitions plus descriptives des grandeurs ci-dessus et de leurs interrelations sont données en annexe B.

3.2 Symboles

cl	Limite de confiance inférieure ou supérieure unilatérale d'un paramètre de sûreté de fonctionnement tel que MTTF (durée moyenne de fonctionnement avant défaillance), taux de défaillance, fiabilité, etc.
α	Niveau de signification: $100(1-\alpha)$ % est le niveau de confiance pour lequel les intervalles et les limites de confiance sont calculés
ℓ_{L1}, ℓ_{U1}	Valeurs inférieure et supérieure unilatérales d'un intervalle de tolérance de $100(1-\alpha)$ %
ℓ_{L2}, ℓ_{U2}	Valeurs inférieure et supérieure bilatérales d'un intervalle de tolérance de $100(1-\alpha/2)$ %
λ	Valeur vraie du taux de défaillance constant

3 Definitions and symbols

For the purposes of this International Standard, the terms and definitions of IEC 60050(191), ISO 3534-1 and ISO 3534-2 apply, together with the following definitions and symbols. Additional constants and functions are defined in the text.

3.1 Definitions

3.1.1
two-sided confidence interval (see ISO 3534-1, 2.57)
when m_{L2} and m_{U2} are two functions of the observed values such that, m being a population parameter to be estimated, the probability $\Pr(m_{L2} \leq m \leq m_{U2})$ is at least equal to $(1-\alpha)$ (where $(1-\alpha)$ is a fixed number, positive and less than 1), the interval between m_{L2} and m_{U2} is a two-sided $(1-\alpha)$ confidence interval for m

3.1.2
one-sided confidence interval (see ISO 3534-1, 2.58)
when m_{U1} (or m_{L1}) is a function of the observed values such that, m being a population parameter to be estimated, the probability $\Pr(m_{U1} \geq m)$ (or the probability $\Pr(m_{L1} \leq m)$) is at least equal to $(1-\alpha)$ (where $(1-\alpha)$ is a fixed number, positive and less than 1), the interval from the smallest possible value of m up to m_{U1} (or the interval from m_{L1} up to the largest possible value of m) is a one-sided $(1-\alpha)$ confidence interval for m

NOTE See annex B for further discussion.

3.1.3
tolerance limits (see ISO 3534-2, 1.4.3)
two limits ℓ_{L2} and ℓ_{U2} on the observed number of failures between which at least a proportion P of the population may be asserted (with probability $1-\alpha$) to lie

NOTE The interval ℓ_{L2} to ℓ_{U2} is known as the tolerance interval.

3.1.4 (see ISO 3534-2, 1.4.4)
tolerance
difference between the upper and lower tolerance limits.

NOTE More descriptive definitions of the above quantities and their relationship to one another are given in annex B.

3.2 Symbols

cl	Lower or upper one-sided confidence limit on a dependability parameter, such as MTTF (mean time to failure), failure rate, reliability, etc.
α	Significance level: $100(1-\alpha)$ % is the confidence level at which confidence intervals and limits are calculated
ℓ_{L1}, ℓ_{U1}	Lower and upper one-sided values of a $100(1-\alpha)$ % tolerance interval
ℓ_{L2}, ℓ_{U2}	Lower and upper two-sided values of a $100(1-\alpha/2)$ % tolerance interval
λ	True constant failure rate

$\hat{\lambda}$	Valeur estimée du taux de défaillance constant
$\lambda_{L1}, \lambda_{U1}$	Limites de confiance unilatérales inférieure et supérieure de la valeur vraie du taux de défaillance
$\lambda_{L2}, \lambda_{U2}$	Limites de confiance bilatérales inférieure et supérieure de la valeur vraie du taux de défaillance
m	Valeur vraie de la moyenne des temps de bon fonctionnement
$\hat{m}$	Valeur estimée de la moyenne des temps de bon fonctionnement
m_{L1}, m_{U1}	Limites de confiance unilatérales inférieure et supérieure de la valeur vraie de la moyenne des temps de bon fonctionnement
m_{L2}, m_{U2}	Limites de confiance bilatérales inférieure et supérieure de la valeur vraie de la moyenne des temps de bon fonctionnement
n	Nombre total de dispositifs en essai
P	Proportion d'une population future (utilisée pour l'attribution d'intervalles de tolérance)
r	Nombre de défaillances observées
r_{L1}, r_{U1}	Valeurs inférieure et supérieure unilatérales d'un intervalle de prédiction de $100(1-\alpha)$ %
r_{L2}, r_{U2}	Valeurs inférieure et supérieure bilatérales d'un intervalle de prédiction de $100(1-\alpha/2)$ %
t	Temps calendaire de fin d'essai
T^*	Durée d'essai cumulée: nombre total d'unités dispositifs-temps, par exemple dispositifs-heures, obtenu en fin d'essai (voir annexe C)
w_f	Longueur des périodes futures (utilisée pour l'attribution d'intervalles de prédiction)
w_p	Longueur des périodes passées (utilisée pour l'attribution d'intervalles de prédiction)
$F_\alpha(\nu_1, \nu_2)$	Fractile α de la distribution F cumulée à ν_1 et ν_2 degrés de liberté
$\mathrm{Poiss}(J : w_f \lambda)$	Somme des $(J+1)$ premiers termes de la distribution de Poisson dont la moyenne est égale à $w_f \lambda$
$R(t)$	Fonction de fiabilité de la distribution exponentielle: $R(t) = \exp(-\lambda t)$ pour un temps de mission t
$\chi^2_\alpha(\nu)$	Fractile α de la distribution du χ^2 cumulée à ν degrés de liberté

4 Hypothèses et prescriptions

Les méthodes statistiques décrites dans la présente Norme internationale ne sont valables que lorsque le taux de défaillance (voir article 1) des dispositifs concernés est constant dans le temps. Dans ce cas, la durée moyenne avant défaillance de la population dont sont issus les dispositifs est l'inverse du taux de défaillance. Si l'hypothèse du taux de défaillance constant nécessite d'être soumise à essai, se référer à la CEI 60605-6.

$\hat{\lambda}$	Estimated constant failure rate
$\lambda_{L1}, \lambda_{U1}$	Lower and upper one-sided confidence limit on true failure rate
$\lambda_{L2}, \lambda_{U2}$	Lower and upper two-sided confidence limit on true failure rate
m	True mean time to failure
$\hat{m}$	Estimated mean time to failure
m_{L1}, m_{U1}	Lower and upper one-sided confidence limit on true mean time to failure
m_{L2}, m_{U2}	Lower and upper two-sided confidence limit on true mean time to failure
n	Total number of items under test
P	Proportion of a future population (used for the purpose of assigning tolerance intervals)
r	Number of failures observed
r_{L1}, r_{U1}	Lower and upper one-sided values of a $100(1-\alpha)\,\%$ prediction interval
r_{L2}, r_{U2}	Lower and upper two-sided values of a $100(1-\alpha/2)\,\%$ prediction interval
t	Calendar time at which the test was terminated
T^*	Accumulated test time: the total number of item-time units, e.g. item-hours, obtained at the termination of the test (see annex C)
w_f	Length of future periods (used for the purpose of assigning prediction intervals)
w_p	Length of past periods (used for the purpose of assigning prediction intervals)
$F_\alpha(\nu_1, \nu_2)$	α fractile of the cumulative F distribution with ν_1 and ν_2 degrees of freedom
Poiss$(J : w_f \lambda)$	Sum of the first $(J+1)$ terms of the Poisson distribution with mean equal to $w_f \lambda$
$R(t)$	Reliability function of the exponential distribution: $R(t) = \exp(-\lambda t)$ for a mission time t
$\chi^2_\alpha(\nu)$	α fractile of the cumulative χ^2 distribution with ν degrees of freedom

4 Assumptions and requirements

The statistical procedures described in this International Standard are valid only when the failure rate (see clause 1) of the items concerned, is constant with respect to time. When this is so, the mean time to failure of the population from which the items are drawn is the reciprocal of the failure rate. If the constant failure rate hypothesis needs to be tested, refer to IEC 60605-6.

4.1 Hypothèses et informations requises pour les estimateurs ponctuels et les intervalles de confiance

On suppose qu'un échantillon de n dispositifs est prélevé au hasard parmi une population de dispositifs dont le taux de défaillance est constant et que les dispositifs prélevés sont soumis à essai, soit simultanément, soit à des moments différents. L'environnement d'essai doit être le même pour tous les dispositifs soumis à l'essai et les dispositifs défaillants peuvent ou non être remplacés. L'essai peut être interrompu soit à l'issue d'une durée d'essai T^* prédéterminée (essai tronqué), soit après un nombre prédéterminé de défaillances r (essai censuré). La durée avant défaillance de chaque dispositif défaillant est utilisée dans les calculs, ainsi que le temps cumulé des dispositifs encore en fonctionnement à l'issue de l'essai.

NOTE Les essais tronqués et censurés sont souvent cités respectivement comme étant des essais censurés de type I et de type II.

Les données à analyser sont constituées par les temps de défaillance des dispositifs soumis à essai et qui sont ou non remplacés à la suite d'une défaillance. Il n'est pas nécessaire de continuer l'essai jusqu'à ce que tous les dispositifs aient présenté une défaillance; l'essai peut être arrêté plus tôt.

Les informations requises (voir annexes A et B pour plus de détails) sont les suivantes:

– le niveau de confiance associé à l'interprétation des données $(1-\alpha)$;
– la durée d'essai cumulée T^*, relevée pendant l'essai (voir annexe C);
– le nombre de défaillances r, relevées pendant l'essai;
– une information sur l'issue de l'essai: essai tronqué ou essai censuré.

4.2 Hypothèses et prescriptions pour les intervalles de prédiction

En ce qui concerne les intervalles de prédiction, des hypothèses légèrement différentes de celles exposées ci-dessus sont faites. Entre autres, l'hypothèse qu'un nombre constant de dispositifs ont été «soumis à risque» pendant une durée w_P et qu'il est souhaitable de définir un intervalle de prédiction pour une future durée w_f.

Par conséquent, les informations suivantes sont requises:

– le niveau de confiance associé à l'interprétation des données;
– le nombre de défaillances, r, qui surviennent pendant la durée w_P;
– les valeurs des durées w_f et w_P.

4.3 Hypothèses et prescriptions pour les intervalles de tolérance

En ce qui concerne les intervalles de tolérance, les hypothèses sont similaires à celles des intervalles de prédiction, c'est-à-dire que les informations nécessaires sont:

– le niveau de confiance pour lequel l'intervalle de tolérance est calculé;
– la proportion P des dispositifs de la population dont la défaillance est prévisible;
– la durée d'essai cumulée, T^*: le nombre total de dispositifs-heures obtenu à l'issue de l'essai (voir annexe C)[1];

[1] Lorsque le modèle exponentiel pour les temps de bon fonctionnement est utilisé, T^* peut être obtenu indifféremment en utilisant un dispositif en essai sur une longue durée, ou plusieurs dispositifs en essai sur une durée relativement courte. En pratique, il est cependant préférable d'éviter ces deux situations extrêmes; en effet, le modèle exponentiel peut ne plus être exact dans de telles conditions. Ces dispositions sont applicables à l'article 4 en général.

4.1 Assumptions and information required for point estimates and confidence intervals

It is assumed that a sample of n items is drawn at random from a population of items whose failure rate is constant, and is put on test either together or at different instances of time. The testing environment shall be the same for all items being subjected to the test and failed items may or may not be replaced. The test may be stopped either when a pre-determined amount of test time, T^*, has been accumulated (time terminated test), or when a pre-determined number of failures r, have occurred (failure terminated test). The time to failure of each failed item is used in the calculations, together with the time accumulated by items still operating when the test is terminated.

NOTE Time and failure terminated tests are often referred to in the literature as type I and type II censored tests respectively.

The data to be analysed consists of the times to failure of items which are put on test and which are either replaced or not replaced when they fail. It is not necessary for the test to be continued until all the items have failed; the test may be stopped earlier.

The information required (see annex A and annex B for details) is as follows:

– the confidence level associated with the interpretation of the data $(1-\alpha)$;

– the accumulated test time, T^*, observed during the test (see annex C);

– the number of failures r, observed during the test;

– a knowledge of whether the test was failure terminated or time terminated.

4.2 Assumptions and requirements for prediction intervals

When dealing with prediction intervals, slightly different assumptions to those above are made. Included in these is the assumption that a constant number of items have been "at risk" over a time period w_{P} and that it is desired to establish a prediction interval for a future time period w_{f}.

Thus, the following information is required:

– the confidence level associated with the interpretation of the data;

– the number of failures, r, occurring during the period w_{P};

– the values of the periods w_{f} and w_{P}.

4.3 Assumptions and requirements for tolerance intervals

When dealing with tolerance intervals, the assumptions made are similar to those for prediction intervals, so that the information needed is:

– the confidence level at which the tolerance interval will be calculated;

– the proportion P of items from the population that is predicted to fail;

– the accumulated test time, T^*: the total number of item-hours obtained at the termination of the test (see annex C)[1];

[1] Under the exponential model of times to failure, it is irrelevant whether T^* is obtained using one item on test for a long time, or many items on test for a relatively short time. However, in practice it is better to avoid both of these extremes, as the exponential model may no longer be true under such conditions. These statements apply to clause 4 in general.

– le nombre de défaillances, r, qui surviennent pendant la durée w_P ;
– une information sur l'issue de l'essai: essai tronqué ou essai censuré;
– les valeurs des durées w_f et w_P .

5 Méthode de calcul des estimateurs ponctuels et des intervalles de confiance

Cet article concerne les essais suivants:

– essais tronqués;
– essais censurés;
– essais pour lesquels les dispositifs défaillants ne sont par remplacés;
– essais pour lesquels les dispositifs défaillants sont remplacés;
– essais qui produisent des estimateurs ponctuels;
– essais qui produisent des limites de confiance unilatérales;
– essais qui produisent des limites de confiance bilatérales.

La structure de l'article est représentée à la Figure 1.

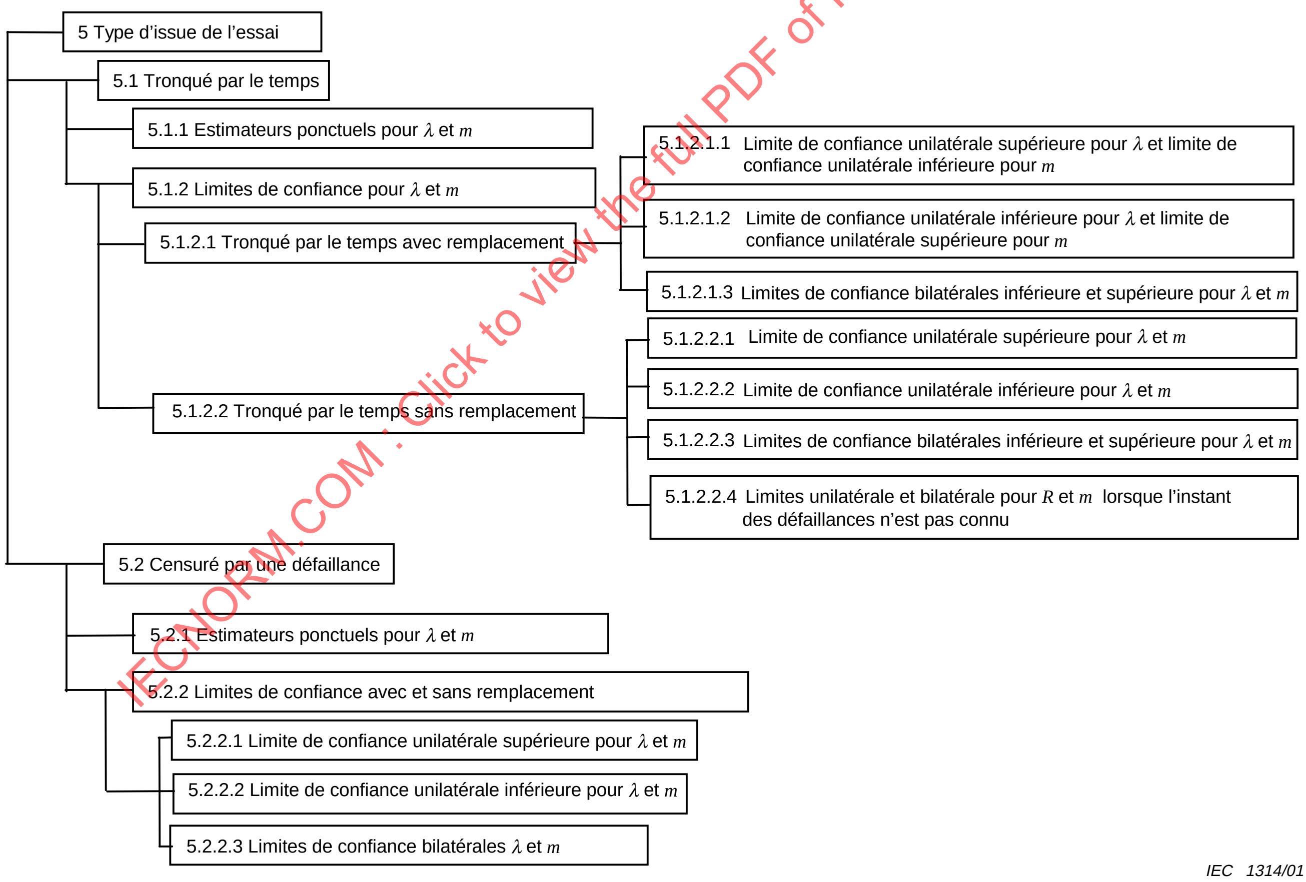


Figure 1 – Structure de l'article 5

– the number of failures, r, occurring during the period w_P;

– knowledge of whether the test was failure terminated or time terminated;

– the values of the quantities w_f and w_P.

5 Procedure for calculating point estimates and confidence intervals

This clause deals with tests under the following headings:

– time terminated tests;

– failure terminated tests;

– tests in which failed items are not replaced;

– tests in which failed items are replaced;

– tests yielding point estimates;

– tests yielding one-sided confidence limits;

– tests yielding two-sided confidence limits.

The structure of the clause is as indicated in Figure 1.

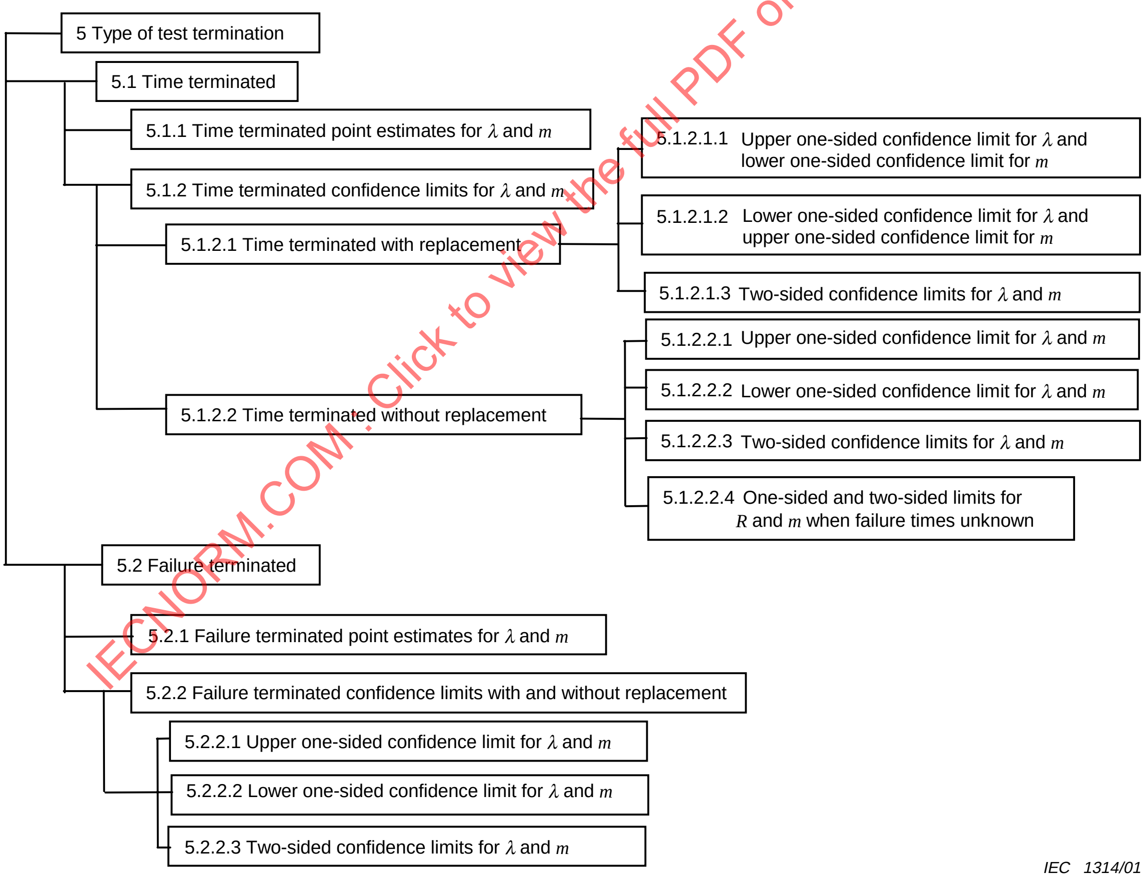


Figure 1 – Structure of clause 5

5.1 Essais tronqués par le temps

5.1.1 Estimateurs ponctuels

Pour obtenir un estimateur ponctuel, il convient d'appliquer la méthode suivante (valable à la fois pour les essais «avec remplacement» et «sans remplacement»).

Relever le nombre de défaillances r, et la durée d'essai cumulée T^*. On obtient un estimateur ponctuel $\hat{\lambda}$ (taux de défaillance) en appliquant l'équation

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{T^*} \qquad (1)$$

On obtient un estimateur ponctuel $\hat{m}$ (MTTF) en appliquant l'équation

$$\hat{m} = \frac{T^*}{r} \qquad (2)$$

NOTE L'estimateur ponctuel donné par l'équation 2 est biaisé. Cependant, pour de faibles valeurs de r (inférieures à 10, par exemple), cette approximation peut être réduite en remplaçant r par (r+1). Pour les valeurs plus élevées de r, l'approximation est jugée tolérable.

Si aucune défaillance ne survient pendant l'essai, il est impossible d'obtenir un estimateur ponctuel pour le MTTF. Cependant, on peut estimer la limite de confiance unilatérale inférieure sur le MTTF, l'intervalle de prédiction unilatéral inférieur, et la limite de confiance unilatérale supérieure sur le taux de défaillance.

5.1.2 Limites de confiance

Pour obtenir des limites de confiance pour les dispositifs soumis à des essais tronqués, il est nécessaire de savoir si les dispositifs défaillants sont remplacés pendant l'essai (mention «avec remplacement») ou si les articles défaillants ne sont pas remplacés («sans remplacement»).

5.1.2.1 Avec remplacement

5.1.2.1.1 Limite de confiance unilatérale supérieure pour λ et limite de confiance unilatérale inférieure pour *m*

Etant donné le niveau de confiance souhaité et les valeurs de r et T^*, calculer la limite de confiance supérieure $100(1-\alpha)$ % du taux de défaillance λ_{U1}, soit

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r+2)}{2T^*} \qquad (3)$$

où

$(1-\alpha)$ représente le niveau de confiance à utiliser (par exemple 0,90 ou 90 %) et

$\chi^2_{\nu}(2r+2)$ est obtenu à partir des tables de fractiles de la distribution du χ^2 (voir annexe D).

En prenant l'inverse de λ_{U1}, on obtient une limite unilatérale inférieure de la durée moyenne avant défaillance m_{L1}, c'est-à-dire

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha}(2r+2)} \qquad (4)$$

5.1 Time terminated tests

5.1.1 Point estimates

To obtain a point estimate, the following procedure (valid for both "replacement" and "without replacement" tests) should be followed.

Record the number of failures r, and the accumulated test time T^*. Obtain a point estimate $\hat{\lambda}$ (failure rate) using the relationship

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{T^*} \tag{1}$$

Obtain a point estimate $\hat{m}$ (MTTF) using the relationship

$$\hat{m} = \frac{T^*}{r} \tag{2}$$

NOTE The point estimate given by equation 2 is biased. However, for small values of r (less than 10, for example), this bias may be reduced by replacing r by $(r+1)$. For larger values of r, the bias is considered tolerable.

If no failures are observed during the test, a point estimate for MTTF cannot be obtained. However, estimates can be made of the lower one-sided confidence limit on MTTF, lower one-sided prediction interval, and upper one-sided confidence limit on failure rate.

5.1.2 Confidence limits

To obtain confidence limits for items subjected to time terminated tests, it is necessary to know whether failed items are replaced during the test (this is referred to as "with replacement") or whether failed items are not replaced ("without replacement").

5.1.2.1 With replacement

5.1.2.1.1 Upper one-sided confidence limit for λ and lower one-sided confidence limit for *m*

From a knowledge of the desired confidence level and the values of r and T^*, compute the upper $100(1-\alpha)$ % confidence limit of the failure rate λ_{U1} as

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r+2)}{2T^*} \tag{3}$$

where $(1-\alpha)$ denotes the confidence level to be used (e.g. 0,90 or 90 %) and $\chi^2_{\nu}(2r+2)$ is obtained from tables of the fractiles of the χ^2 distribution (see annex D). By taking the reciprocal of λ_{U1}, a lower one-sided limit for the mean time to failure m_{L1}, is obtained, i.e.

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha}(2r+2)} \tag{4}$$

5.1.2.1.2 Limite de confiance unilatérale inférieure pour λ et limite de confiance unilatérale supérieure pour m

Une limite de confiance unilatérale inférieure λ_{L1} est calculée par

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{5a}$$

tel que

$$m_{U1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha}(2r)} \tag{5b}$$

5.1.2.1.3 Limites de confiance bilatérales – λ_{U2} et λ_{L2}

Calculer la limite inférieure λ_{L2} par

$$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\alpha/2}(2r)}{2T^*} \tag{6}$$

et la limite supérieure λ_{U2} par

$$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+2)}{2T^*} \tag{7}$$

Si aucune défaillance ne survient, alors seule la limite de confiance unilatérale supérieure sur λ peut être définie. Pour calculer des limites de confiance similaires sur la MTTF, prendre les inverses des grandeurs ci-dessus. Donc

$$m_{L2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+2)} \tag{8}$$

et

$$m_{U2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha/2}(2r)} \tag{9}$$

Si aucune défaillance ne survient, alors seule la limite de confiance unilatérale inférieure sur m peut être définie.

5.1.2.2 Sans remplacement

Lorsque, suite à une défaillance, aucun remplacement n'est effectué, on applique la méthode suivante.

5.1.2.2.1 Limite de confiance unilatérale supérieure – λ_{U1}

Etant donné le niveau de confiance souhaité et les valeurs de r et T^*, calculer la limite de confiance supérieure $100(1-\alpha)$ % du taux de défaillance λ_{U1}, soit

5.1.2.1.2 Lower one-sided confidence limit for λ and upper one-sided confidence limit for m

A lower one-sided confidence limit λ_{L1} is computed using

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{5a}$$

so that

$$m_{U1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha}(2r)} \tag{5b}$$

5.1.2.1.3 Two-sided confidence limits – λ_{U2} and λ_{L2}

Compute the lower limit λ_{L2} as

$$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\alpha/2}(2r)}{2T^*} \tag{6}$$

and the upper limit λ_{U2} as

$$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+2)}{2T^*} \tag{7}$$

If no failures are observed, then only the upper one-sided confidence limit on λ can be defined. To compute similar confidence limits on MTTF, take the reciprocals of the above quantities. Thus

$$m_{L2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+2)} \tag{8}$$

and

$$m_{U2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha/2}(2r)} \tag{9}$$

If no failures are observed, then only the lower one-sided confidence limit on m can be defined.

5.1.2.2 Without replacement

When, following failure, no replacements are made, the procedure is as follows.

5.1.2.2.1 Upper one-sided confidence limit – λ_{U1}

From a knowledge of the desired confidence level and the values of r and T^*, compute the upper $100(1-\alpha)$ % confidence limit of the failure rate λ_{U1} using

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r+1)}{2T^*} \tag{10}$$

où $(1-\alpha)$ représente le niveau de confiance à utiliser (par exemple 0,90 ou 90 %) et $\chi^2_{1-\alpha}(2r+1)$ est obtenu à partir des tables de fractiles de la distribution du χ^2 (annexe D).

(En prenant l'inverse de λ_{U1}, on obtient une limite unilatérale inférieure de la durée moyenne avant défaillance m_{L1}, c'est-à-dire

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha}(2r+1)} \tag{11}$$

5.1.2.2.2 Limite de confiance unilatérale inférieure sur λ – λ_{L1}

Calculer la limite de confiance inférieure $100(1-\alpha)$ % du taux de défaillance λ_{L1}, soit

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r+1)}{2T^*} \tag{12a}$$

tel que

$$m_{U1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha}(2r+1)} \tag{12b}$$

5.1.2.2.3 Limites de confiance bilatérales – λ_{U2} et λ_{L2}

Calculer la limité inférieure λ_{L2}, soit

$$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\alpha/2}(2r+1)}{2T^*} \tag{13}$$

et la limite supérieure λ_{U2}, soit

$$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+1)}{2T^*} \tag{14}$$

En prenant les inverses des équations ci-dessus, on obtient des limites de confiance pour la durée moyenne vraie avant défaillance m. Donc

$$m_{L2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+1)} \tag{15}$$

et

$$m_{U2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha/2}(2r+1)} \tag{16}$$

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r+1)}{2T^*} \tag{10}$$

where $(1-\alpha)$ denotes the confidence level to be used (e.g. 0,90 or 90 %) and $\chi^2_{1-\alpha}(2r+1)$ is obtained from tables of the fractiles of the χ^2 distribution (annex D).

(By taking the reciprocal of λ_{U1}, a lower one-sided limit for the mean time to failure m_{L1}, is obtained, i.e.

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha}(2r+1)}) \tag{11}$$

5.1.2.2.2 Lower one-sided confidence limit on λ – λ_{L1}

Compute the lower $100(1-\alpha)$ % confidence limit of the failure rate λ_{L1} using

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r+1)}{2T^*} \tag{12a}$$

so that

$$m_{U1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha}(2r+1)} \tag{12b}$$

5.1.2.2.3 Two-sided confidence limits – λ_{U2} and λ_{L2}

Compute the lower limit λ_{L2} as

$$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\alpha/2}(2r+1)}{2T^*} \tag{13}$$

and the upper limit λ_{U2} as

$$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+1)}{2T^*} \tag{14}$$

By taking reciprocals of the above relationships, confidence limits on the true mean time to failure m, can be obtained. Thus

$$m_{L2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r+1)} \tag{15}$$

and

$$m_{U2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha/2}(2r+1)} \tag{16}$$

5.1.2.2.4 Méthode à appliquer lorsque les moments de défaillance ne sont pas connus

Lorsque l'on procède à un essai statistique avec des données obtenues par un essai de durée de vie «sans remplacement» pour lesquels seules les informations suivantes sont connues:

a) le nombre, n, de dispositifs soumis initialement à l'essai;

b) le nombre, r, de défaillances survenues pendant la période d'essai;

c) la durée, t, de la période d'essai,

la méthode à utiliser est la suivante.

Etape 1: Calculer les limites bilatérales supérieure (R_{U2}) et inférieure (R_{L2}) sur la fiabilité, soit:

$$R_{U2} = \left\{1 + \frac{r}{(n-r+1)F_{1-\alpha/2}(2n-2r+2;2r)}\right\}^{-1} \quad (17)$$

$$R_{L2} = \left\{1 + \frac{(r+1)F_{1-\alpha/2}(2r+2;2n-2r)}{(n-r)}\right\}^{-1} \quad (18)$$

où $F_{1-\alpha/2}(\nu_1;\nu_2)$ peut être extrait du Tableau F.1.

Etape 2: Calculer la limite bilatérale supérieure sur la MTTF (m_{U2}) en reportant la valeur de R_{U2} obtenue ci-dessus dans l'équation

$$m_{U2} = \frac{t}{\ln(1/R_{U2})} \quad (19)$$

Etape 3: Calculer la limite bilatérale inférieure sur la MTTF (m_{L2}), en reportant la valeur de R_{L2} obtenue ci-dessus dans l'équation

$$m_{L2} = \frac{t}{\ln(1/R_{L2})} \quad (20)$$

NOTE 1 Les équations 19 et 20 sont directement déduites de l'équation

$$R(t) = e^{-\frac{t}{m}} \quad (21)$$

NOTE 2 Les limites unilatérales supérieure et inférieure (R_{U1}, R_{L1}) peuvent être obtenues en remplaçant $\alpha/2$ par α dans les équations 17 et 18. De telles grandeurs peuvent être utilisées pour obtenir les valeurs correspondantes m_{U1} et m_{L1}.

5.1.2.2.4 Procedure to be followed when failure times are unknown

When carrying out a statistical test with the data obtained from a life test "without replacement" for which only the following information is known:

a) the number, n, of items initially on test;

b) the number of failures, r, occurring during the test period;

c) the duration, t, of the test period,

the procedure to be adopted is as follows.

Step 1: Compute the upper (R_{U2}) and lower (R_{L2}) two-sided limits on reliability as follows:

$$R_{U2} = \left\{1 + \frac{r}{(n-r+1)F_{1-\alpha/2}(2n-2r+2;2r)}\right\}^{-1} \quad (17)$$

$$R_{L2} = \left\{1 + \frac{(r+1)F_{1-\alpha/2}(2r+2;2n-2r)}{(n-r)}\right\}^{-1} \quad (18)$$

where $F_{1-\alpha/2}(\nu_1;\nu_2)$ can be found from Table F.1.

Step 2: Compute the upper two-sided limit on MTTF (m_{U2}) by substituting the value of R_{U2} obtained as above into the expression

$$m_{U2} = \frac{t}{\ln(1/R_{U2})} \quad (19)$$

Step 3: Compute the lower two-sided limit on MTTF (m_{L2}), by substituting the value of R_{L2} obtained as above into the expression

$$m_{L2} = \frac{t}{\ln(1/R_{L2})} \quad (20)$$

NOTE 1 Equations 19 and 20 follow directly from the relationship

$$R(t) = e^{-\frac{t}{m}} \quad (21)$$

NOTE 2 One-sided upper and lower limits (R_{U1}, R_{L1}) can be obtained by replacing $\alpha/2$ by α in equations 17 and 18. Such quantities can be used to obtain corresponding values m_{U1} and m_{L1}.

5.2 Méthode analytique – Essais censurés

5.2.1 Estimateur ponctuel

Un estimateur ponctuel du taux de défaillance $\hat{\lambda}$ est obtenu en utilisant

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{T^*} \tag{22}$$

De même, un estimateur ponctuel de la MTTF est

$$\hat{m} = \frac{T^*}{r} \tag{23}$$

NOTE L'estimateur ponctuel obtenu par l'équation 22 est biaisé. Cependant, pour des valeurs faibles de r (inférieures à 10 par exemple), cette approximation peut être réduite en remplaçant r par $(r-1)$. Pour des valeurs plus élevées de r, l'approximation est jugée tolérable.

Si aucune défaillance ne survient pendant l'essai, il est impossible d'obtenir un estimateur ponctuel pour le taux de défaillance puisque le concept d'essai censuré n'a pas de sens.

5.2.2 Intervalles de confiance

Pour obtenir des limites de confiance pour les dispositifs soumis à des essais *censurés*, il est inutile de savoir si les dispositifs défaillants sont ou non remplacés pendant l'essai.

Par conséquent, la méthode à appliquer pour les cas «avec remplacement» et «sans remplacement» est la suivante.

Evaluer la durée d'essai cumulée T^* tel que décrit en annexe C. (La méthode de détermination de T^* est applicable que les dispositifs défaillants soient ou non remplacés pendant l'essai.)

5.2.2.1 Intervalle de confiance unilatéral supérieure – limite supérieure λ_{U1}

Etant donné le niveau de confiance et les grandeurs r et T^*, calculer la limite supérieure du taux de défaillance λ_{U1}, soit

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{24}$$

où $(1-\alpha)$ représente le niveau de confiance à utiliser (par exemple 0,90 ou 90 %) et $\chi^2_{1-\alpha}(2r)$ est obtenu à partir des tables de fractiles de la distribution du χ^2 (voir annexe D). En prenant l'inverse de λ_{U1}, on obtient une limite unilatérale inférieure de la durée moyenne avant défaillance m_{L1}, soit

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha}(2r)} \tag{25}$$

5.2 Analytical procedure – Failure terminated tests

5.2.1 Point estimate

A point estimate of the failure rate $\hat{\lambda}$ is obtained using

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{T^*} \tag{22}$$

Similarly, a point estimate of the MTTF is

$$\hat{m} = \frac{T^*}{r} \tag{23}$$

NOTE The point estimate given by equation 22 is biased. However for small values of r (less than 10 for example), this bias may be reduced by replacing r by $(r-1)$. For larger values of r the bias is considered tolerable.

If no failures are observed during the test, a point estimate for failure rate cannot be obtained since the concept of a failure terminated test is meaningless.

5.2.2 Confidence intervals

To obtain confidence limits for items subjected to *failure terminated* tests, it is unnecessary to know whether or not failed items are replaced during the test.

Thus, the procedure for "replacement" and "without replacement" policies is as follows.

Evaluate the accumulated test time T^* as described in annex C. (The method for finding T^* is applicable regardless of whether failed items are replaced during the test.)

5.2.2.1 Upper one-sided confidence interval – upper limit λ_{U1}

From a knowledge of confidence level and the quantities r and T^*, compute the upper limit of the failure rate λ_{U1} given by

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{24}$$

where $(1-\alpha)$ denotes the confidence level to be used (e.g. 0,90 or 90 %) and $\chi^2_{1-\alpha}(2r)$ is obtained using tables of fractiles of the chi-squared distribution (see annex D). By taking the reciprocal of λ_{U1}, a lower one-sided limit for the mean time to failure m_{L1}, is obtained as

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha}(2r)} \tag{25}$$

5.2.2.2 Intervalle de confiance unilatéral inférieur – limite inférieure λ_{L1}

Etant donné le niveau de confiance et les grandeurs r et T^*, calculer la limite inférieure du taux de défaillance λ_{L1}, soit

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{26}$$

où

$(1-\alpha)$ représente le niveau de confiance à utiliser (par exemple 0,90 ou 90 %) et

$\chi^2_{\alpha}(2r)$ est obtenu à partir des tables de fractiles de la distribution du χ^2 (voir annexe D).

En prenant l'inverse de la relation ci-dessus, on obtient une limite unilatérale supérieure de la durée moyenne avant défaillance m_{U1}, c'est-à-dire

$$m_{U1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha}(2r)} \tag{27}$$

5.2.2.3 Limites de confiance bilatérales

Calculer la limite inférieure

$$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\alpha/2}(2r)}{2T^*} \tag{28}$$

et la limite supérieure

$$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r)}{2T^*} \tag{29}$$

En prenant les inverses des équations ci-dessus, on obtient des limites de confiance m_{L2} et m_{U2} pour la durée moyenne vraie avant défaillance (m). Donc

$$m_{L2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r)} \tag{30}$$

et

$$m_{U2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha/2}(2r)} \tag{31}$$

5.2.2.2 Lower one-sided confidence interval – lower limit λ_{L1}

From a knowledge of confidence level and the quantities r and T^*, compute the lower limit of the failure rate λ_{L1} given by

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{26}$$

where $(1-\alpha)$ denotes the confidence level to be used (e.g. 0,90 or 90 %) and $\chi^2_{\alpha}(2r)$ is obtained from tables of fractiles of the chi-squared distribution (see annex D). By taking the reciprocal of the above, an upper one-sided limit for the mean time to failure m_{U1}, is obtained, i.e.

$$m_{U1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha}(2r)} \tag{27}$$

5.2.2.3 Two-sided confidence limits

Compute the lower limit

$$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\alpha/2}(2r)}{2T^*} \tag{28}$$

and the upper limit

$$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r)}{2T^*} \tag{29}$$

By taking reciprocals of the above relationships, confidence limits m_{L2} and m_{U2} for the true mean time to failure (m) are obtained. Thus

$$m_{L2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2r)} \tag{30}$$

and

$$m_{U2} = \frac{2T^*}{\chi^2_{\alpha/2}(2r)} \tag{31}$$

6 Intervalles de prédiction pour le nombre de défaillances sur une période à venir

6.1 Intervalles de prédiction bilatéraux r_{L2} et r_{U2}

Soient r_{L2} et r_{U2} qui représentent (respectivement) les valeurs inférieure et supérieure d'un intervalle de prédiction de $100(1-\alpha)$ %, et soit r le nombre de défaillances (passées). La méthode à appliquer est alors la suivante.

Etape 1: Chercher la plus petite valeur entière r_{L2} qui satisfait à l'équation (Hahn et Meeker, 1991) [1]

$$\frac{w_f}{r_{L2}+1} \leq \left(\frac{w_p}{r}\right) F_{1-\alpha/2}(2r_{L2}+2;2r) \tag{32}$$

Etape 2: Chercher la plus petite valeur entière r_{U2} qui satisfait à l'équation

$$\frac{r_{U2}}{w_f} \geq \left(\frac{r+1}{w_p}\right) F_{1-\alpha/2}(2r+2;2r_{U2}) \tag{33}$$

La méthode de détermination des entiers satisfaisant aux équations 32 et 33 peut aisément être informatisée. Pour les tableaux de la distribution de F, voir l'annexe F.

6.2 Intervalle de prédiction unilatéral

Des intervalles de prédiction unilatéraux inférieur et supérieur sont obtenus en remplaçant respectivement $\alpha/2$ par α dans les équations 32 et 33.

7 Méthode d'attribution des intervalles de tolérance

7.1 Limite supérieure de tolérance de Poisson

Une limite supérieure de la probabilité sur le nombre de défaillances r, dans P % des périodes futures de durée w_f (ou de P % des systèmes sur une période de durée w_f), est donnée par le plus petit entier J (représenté par ℓ_{U1}) tel que

$$\Pr(r \leq J) = \text{Poiss}(J : w_f\lambda) \geq P\ \% \tag{34}$$

où $\Pr(r \leq J)$ représente la probabilité que le nombre de défaillances n'excède pas J, et $\text{Poiss}(J : w_f\lambda)$ représente la distribution de Poisson cumulée de paramètre $w_f\lambda$.

NOTE La grandeur $\text{Poiss}(J : w_f\lambda)$ est liée à la distribution du χ^2 par

$$\text{Poiss}(J : w_f\lambda) = \sum_{0}^{J} \frac{(w_f\lambda)^r}{r!} e^{-w_f\lambda} = 1 - \int_{0}^{\chi^2(v)} f(x)dx$$

où $v = 2(J+1)$ et $w_f\lambda = \dfrac{\chi^2(v)}{2}$.

La grandeur $1 - \int_{0}^{\chi^2(v)} f(x)dx$ est présentée à l'annexe E.

6 Prediction intervals for the number of failures in a future period

6.1 Two-sided prediction intervals r_{L2} and r_{U2}

Let r_{L2} and r_{U2} denote the lower and upper values (respectively) of a $100(1-\alpha)$ % prediction interval and let r be the number of (past) failures. The procedure is then as follows.

Step 1: Find the smallest integer value r_{L2} which satisfies the relationship (Hahn and Meeker, 1991) [1]

$$\frac{w_f}{r_{L2}+1} \leq \left(\frac{w_p}{r}\right) F_{1-\alpha/2}(2r_{L2}+2;2r) \qquad (32)$$

Step 2: Find the smallest integer value r_{U2} which satisfies the relationship

$$\frac{r_{U2}}{w_f} \geq \left(\frac{r+1}{w_p}\right) F_{1-\alpha/2}(2r+2;2r_{U2}) \qquad (33)$$

The procedures for finding integers to satisfy equations 32 and 33 can be readily computerized. For tables of the F distribution, see annex F.

6.2 One-sided prediction interval

One-sided lower and upper prediction intervals are obtained by replacing $\alpha/2$ by α in equations 32 and 33.

7 Procedure for assigning tolerance intervals

7.1 Upper Poisson tolerance bound

An upper probability bound on the number of failures r, in P % of future periods of length w_f (or of P % of systems in a period of length w_f), is given by the smallest integer J (denoted by ℓ_{U1}) such that

$$\Pr(r \leq J) = \mathrm{Poiss}(J : w_f \lambda) \geq P\ \% \qquad (34)$$

where $\Pr(r \leq J)$ denotes the probability that the number of failures will not exceed J, and $\mathrm{Poiss}(J : w_f\lambda)$ denotes the cumulative Poisson distribution with parameter $w_f\lambda$.

NOTE The quantity $\mathrm{Poiss}(J : w_f\lambda)$ is related to the χ^2 distribution by

$$\mathrm{Poiss}(J : w_f\lambda) = \sum_{0}^{J} \frac{(w_f\lambda)^r}{r!} e^{-w_f\lambda} = 1 - \int_0^{\chi^2(v)} f(x)dx$$

where $v = 2(J+1)$ and $w_f\lambda = \dfrac{\chi^2(v)}{2}$.

The quantity $1 - \int_0^{\chi^2(v)} f(x)dx$ is tabled in annex E.

On suppose que la grandeur λ n'est pas connue, auquel cas ℓ_{U1} est obtenu en utilisant les deux étapes de la méthode suivante.

Etape 1: Construire une limite de confiance supérieure $100(1-\alpha)$ % sur λ (λ_{U1}) en utilisant les équations 3, 10 ou 24, selon le cas.

Etape 2: Remplacer λ par la valeur obtenue dans l'équation 34 et chercher le plus petit entier J tel que l'inégalité soit satisfaite. Cet entier J est la limite de tolérance supérieure requise ℓ_{U1}.

Par conséquent un constructeur pourrait affirmer avec une confiance de $100(1-\alpha)$ %, que «au moins P % des périodes futures w_f produiront au plus ℓ_{U1} défaillances dans un système déterminé» – ou bien que «dans au moins P % des systèmes, il se produira au plus ℓ_{U1} défaillances sur une période de durée w_f ».

7.2 Limite inférieure de tolérance de Poisson

Une limite inférieure de probabilité sur le nombre de défaillances r d'un système, dans P % des périodes futures de durée w_f (ou de P % des systèmes sur une période de durée w_f) est donnée par le plus grand entier J (représenté par ℓ_{L1}) tel que

$$\Pr(r \geq J) = 1 - \text{Poiss}\,(J-1;\, w_f\lambda) \geq P\,\% \qquad (35)$$

où

$\Pr(r \geq J)$ représente la probabilité que le nombre de défaillances ne soit pas inférieur à J, et
$\text{Poiss}\,(J : w_f\lambda)$ représente la distribution de Poisson cumulée de paramètre $w_f\lambda$.

On suppose encore une fois que la grandeur λ n'est pas connue, auquel cas ℓ_{L1} est obtenu en utilisant les deux étapes de la méthode suivante.

Etape 1: Construire une limite de confiance inférieure $100(1-\alpha)$ % sur λ (λ_{L1}) en utilisant, selon le cas, les équations 5a**,** 12a ou 26.

Etape 2: Remplacer λ par la valeur obtenue et chercher le plus grand entier J tel que l'inégalité 35 soit satisfaite. Cet entier J est la limite de tolérance inférieure requise ℓ_{L1}.

Par conséquent, un constructeur pourrait affirmer avec une confiance de $100(1-\alpha)$ %, que «au moins P % des périodes futures w_f produiront au moins ℓ_{L1} défaillances dans un système déterminé», ou bien que «dans au moins P % des systèmes, il se produira au moins ℓ_{L1} défaillances sur une période de durée w_f ».

It will be assumed here that the quantity λ is unknown, in which case ℓ_{U1} is obtained by using the following two-step procedure.

Step 1: Construct an upper $100(1-\alpha)$ % confidence limit on λ (λ_{U1}) as given by equation 3, 10 or 24, as appropriate.

Step 2: Substitute this value for λ into equation 34 and find the smallest integer J such that the inequality is satisfied. This integer J is the required upper tolerance bound ℓ_{U1}.

Thus a manufacturer might claim with $100(1-\alpha)$ % confidence, that "at least P % of w_f future periods will give rise to at most ℓ_{U1} failures in a particular system" – or alternatively "in at least P % of systems, there will be at most ℓ_{U1} failures in a period of length w_f".

7.2 Lower Poisson tolerance bound

A lower probability bound on the number of failures r, of a system in P % of future periods of length w_f (or of P % of systems in a period of length w_f) is given by the largest integer J (denoted by ℓ_{L1}) such that

$$\Pr(r \geq J) = 1 - \text{Poiss}(J-1 : w_f \lambda) \geq P\,\% \tag{35}$$

where

$\Pr(r \geq J)$ denotes the probability that the number of failures will not be less than J and $\text{Poiss}(J : w_f\lambda)$ denotes the cumulative Poisson distribution with parameter $w_f\lambda$.

It will be assumed again that the quantity λ is unknown, in which case ℓ_{L1} is obtained by using the following two-step procedure.

Step 1: Construct a lower one-sided $100(1-\alpha)$ % confidence limit on λ (λ_{L1}) as given by equation 5a**,** 12a or 26 as appropriate.

Step 2: Substitute this value for λ and find the largest integer J such that the inequality in 35 is satisfied. This integer J is the required lower tolerance bound ℓ_{L1}.

Thus, a manufacturer might claim with $100(1-\alpha)$ % confidence, that "at least P % of w_f future periods will give rise to at least ℓ_{L1} failures in a particular system", or alternatively "in at least P % of systems, there will occur at least ℓ_{L1} failures in a period of length w_f".

Annexe A
(informative)

Exemples

Un constructeur s'intéresse à la sûreté de fonctionnement d'un dispositif dont 3 308 exemplaires ont fonctionné au cours de l'année et ont présenté 11 défaillances. On suppose que:

– le taux de défaillance de chaque dispositif est constant en fonction du temps;
– après défaillance, chaque dispositif est remplacé, dans la mesure du possible, par un dispositif identique;
– l'essai est un essai tronqué.

A.1 Estimateur ponctuel du MTTF

Etant donné l'équation 2, $\hat{m}$ est donné par 1 (an) × 3 308 (dispositifs)/11 (défaillances), c'est-à-dire 301 ans (2 637 $\times$ 10^6 h).

A.2 Application de la limite de confiance unilatérale inférieure de 90 % sur la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance (MTTF)

Etant donné l'équation 4:

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{90\%}(24)}$$

c'est-à-dire

$$m_{L1} = \frac{2 \times 1 \times 3\,308}{33{,}2}$$
$$= 199{,}3 \text{ années}$$

Etant donné également 21

$$R_{L1} = \exp\left\{\frac{-t}{m_{L1}}\right\}$$

ainsi, pour une durée d'utilisation de 10 ans, par exemple, $R_{L1}(10) = 0{,}951\ 1$.

A.3 Application des limites de confiances bilatérales de 90 % sur la MTTF

Etant donné les équations 8 et 9, l'expression de la limite de confiance bilatérale inférieure sur la MTTF est

$$m_{L2} = \frac{2 \times 1 \times 3\,308}{\chi^2_{0{,}95}(24)} = 182 \text{ années}$$

Annex A
(informative)

Examples

A manufacturer is interested in the dependability performance of a device, 3 308 of which have been in operation for the past year and for which 11 failures have been recorded. It is assumed that:

– the failure rate of each device is constant with respect to time;
– following failure, each device is replaced, as far as possible, by another identical device;
– the test is time terminated.

A.1 Point estimate of MTTF

From equation 2, $\hat{m}$ is given by 1 (year) × 3 308 (devices)/11 (failures), i.e. 301 years ($2\,637 \times 10^6$ h).

A.2 Application of lower one-sided 90 % confidence limit on mean time to failure (MTTF)

From equation 4:

$$m_{L1} = \frac{2T^*}{\chi^2_{90\%}(24)}$$

i.e.

$$m_{L1} = \frac{2 \times 1 \times 3\,308}{33{,}2} = 199{,}3 \text{ years}$$

Also, from equation 21

$$R_{L1} = \exp\left\{\frac{-t}{m_{L1}}\right\}$$

so that for a mission time of, for example 10 years, $R_{L1}(10) = 0{,}951\,1$.

A.3 Application of two-sided 90 % confidence limits on MTTF

From equations 8 and 9, the expression for the lower two-sided confidence limit on MTTF is

$$m_{L2} = \frac{2 \times 1 \times 3\,308}{\chi^2_{0,95}(24)} = 182 \text{ years}$$

et l'expression de la limite de confiance bilatérale supérieure est

$$m_{U2} = \frac{2 \times 1 \times 3\,308}{\chi^2_{0,05}(22)} = 536 \text{ années}$$

Par conséquent, les limites unilatérales inférieure et supérieure sur la MTTF vraie mais non connue sont respectivement de 182 ans et de 536 ans.

A.4 Application d'un intervalle de prédiction bilatéral de 90 %

On suppose que l'intervalle de prédiction est l'année à venir. En se référant aux symboles définis précédemment, on obtient $r = 11$, $w_p = 1$ et $w_f = 1$.

Etant donné les équations 32 et 33, on obtient $r_{L2} = 4$ et $r_{U2} = 22$.

Par conséquent, il est possible d'affirmer avec une confiance de 90 % que le nombre de défaillances pendant l'année à venir est compris entre 4 et 22.

A.5 Application d'une limite de tolérance supérieure de 90 % pour une confiance de 95 %

Etant donné l'équation 3, une limite de confiance unilatérale supérieure de 95 % sur le taux de défaillance est donnée par

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{0,95}(24)}{2 \times 1 \times 3\,308}$$

c'est-à-dire = 36,4/(2 × 1 × 3 308) défaillances/dispositif/an.

La limite de confiance unilatérale supérieure de 95 % sur le nombre prévisible de défaillances $(w_f \lambda)$ pour l'année à venir est par conséquent 3 308 fois cette valeur, c'est-à-dire 18,2. Etant donné l'équation 34 et le Tableau E.1, le plus petit entier J tel que $\text{Poiss}(J : 18,2) \geq 0,90$ est donné par $J = 24$.

Par conséquent la limite unilatérale supérieure de l'intervalle de prédiction à 90 % (r_{U1}) = 24.

Il est donc possible d'affirmer avec une confiance de 95 %, qu'au moins 90 % des périodes futures d'une année produisent au plus 24 défaillances.

A.6 Application d'une limite de tolérance inférieure de 90 % pour une confiance de 95 %

Etant donné l'équation 5a, une limite de confiance unilatérale inférieure de 95 % sur le taux de défaillance est donnée par

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{0,05}(22)}{2 \times 1 \times 3\,308}$$

c'est-à-dire = 12,3/(2 × 1 × 3 308) défaillances par unité par an.

and for the upper two-sided confidence limit is

$$m_{U2} = \frac{2 \times 1 \times 3\,308}{\chi^2_{0,05}(22)} = 536 \text{ years}$$

Thus the lower one-sided and upper one-sided limits on the true but unknown MTTF are 182 years and 536 years respectively.

A.4 Application of a two-sided 90 % prediction interval

It will be assumed that the prediction interval is the forthcoming year. In terms of the symbols defined above, this means that $r = 11$, $w_p = 1$ and $w_f = 1$.

On using equations 32 and 33, it can be shown that $r_{L2} = 4$ and $r_{U2} = 22$.

Thus one could claim with 90 % confidence that the number of failures during the forthcoming year will be between 4 and 22.

A.5 Application of upper 90 % tolerance bound at 95 % confidence

From equation 3, an upper one-sided 95 % confidence limit on the failure rate is obtained as

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{0,95}(24)}{2 \times 1 \times 3\,308}$$

i.e. = 36,4/(2 × 1 × 3 308) failures/item/annum.

The upper one-sided 95 % confidence limit on the expected number of failures $(w_f \lambda)$ over the next year is therefore 3 308 times this value, i.e. 18,2. Using equation 34 together with Table E.1, it follows that the smallest integer J such that $\text{Poiss}(J : 18{,}2) \geq 0{,}90$ is given by $J = 24$.

Thus, the upper one-sided 90 % tolerance bound $(r_{U1}) = 24$.

Thus, it could be claimed with 95 % confidence, that at least 90 % of future periods of one year will result in at most 24 failures.

A.6 Application of lower 90 % tolerance bound at 95 % confidence

From equation 5a, a lower one-sided 95 % confidence limit on the failure rate is obtained as

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{0,05}(22)}{2 \times 1 \times 3\,308}$$

i.e. = 12,3/(2 × 1 × 3 308) failures per unit per annum.

La limite de confiance unilatérale inférieure de 95 % sur le nombre de défaillances prévisible $(w_{\mathrm{f}}\lambda)$ pour l'année à venir est par conséquent 3 308 fois cette valeur, c'est-à-dire 12,3/2 = 6,15. Etant donné l'équation 35 et le Tableau E.1, le plus grand entier J tel que $1-\mathrm{Poiss}(J-1:6{,}15)\geq 0{,}90$ est donné par $J-1=2$.

Par conséquent, la limite inférieure de l'intervalle de prédiction à 90 % (r_{L1}) est égale à 3.

Il est donc possible d'affirmer avec une confiance de 95 % qu'au moins 90 % des périodes futures d'une année produisent au moins trois défaillances.

The lower one-sided 95 % confidence limit on the expected number of failures $(w_f \lambda)$ over the next year is therefore 3 308 times this value, i.e. 12,3/2 = 6,15. Using equation 35, and Table E.1, it follows that the largest integer J such that $1 - \text{Poiss}(J - 1 : 6{,}15) \geq 0{,}90$ is given by $J - 1 = 2$.

Thus, the lower 90 % tolerance bound (r_{L1}) is 3.

It might therefore be claimed with 95 % confidence that at least 90 % of future periods of one year will result in at least three failures.

Annexe B
(informative)

Relation entre intervalles de confiance, de prédiction et de tolérance

Introduction

En prenant pour base une estimation préliminaire de la valeur de la durée moyenne avant défaillance vraie mais non connue m, de la population, il convient d'organiser des essais de telle sorte que la durée d'essai cumulée T^* par rapport à m soit suffisamment longue (au moins trois fois m). Il convient de ne pas accorder trop de confiance aux essais basés sur un petit nombre de dispositifs car ils sont susceptibles de ne pas être représentatifs de la population. Voir Hahn et Meeker (1991) [1] [1)] pour un complément d'information.

B.1 Intervalles de confiance

Si l'on se réfère aux intervalles de prédiction et de tolérance, le concept d'intervalle de confiance appliqué à une population moyenne est largement développé dans la littérature, bien que pas toujours de façon appropriée. Pour cette raison, une brève description du concept est donnée ci-après. La description sera basée sur le cas où, afin de définir (par exemple) des limites de confiance bilatérales de 90 % sur la moyenne (non connue) d'une population, un échantillon de n dispositifs est prélevé et soumis à un essai de durée de vie suivant la méthode décrite précédemment.

En fonction de l'issue de l'essai, la méthode statistique est appliquée et on obtient deux valeurs numériques LCL et UCL. La première grandeur LCL est la valeur de la limite de confiance bilatérale à 90 % inférieure du paramètre de sûreté de fonctionnement considéré (par exemple MTTF, taux de défaillance, disponibilité…) et la seconde, UCL, est la valeur correspondante de la limite de confiance bilatérale à 90 % supérieure. C'est-à-dire que si la méthode statistique qui permet d'obtenir des limites de confiance à 90 % était répétée un grand nombre de fois, alors au moins 90 % des paires de limites obtenues contiendraient le paramètre de sûreté de fonctionnement vrai mais non connu et au plus 10 % ne le contiendraient pas. Par conséquent, le niveau de confiance se réfère et se limite à la *méthode utilisée pour construire l'intervalle*.

Il découle de ce qui précède que l'on ne peut pas dire que «la probabilité que la population moyenne soit comprise entre les valeurs numériques correspondant à LCL et UCL est de 90 %». Dans la mesure où des valeurs numériques sont attribuées à LCL et UCL, la probabilité que la population moyenne soit contenue dans ces limites est soit zéro, soit l'unité. Cela est plus facile à comprendre si l'on rappelle que la moyenne d'un échantillon est une variable et qu'il est donc légitime de raisonner en termes de probabilités en ce qui la concerne. La population moyenne est par ailleurs une constante et il n'est donc pas possible de raisonner en termes de probabilité en ce qui la concerne.

B.2 Intervalles de prédiction

Plusieurs types d'intervalles de prédiction sont décrits dans la littérature. Par exemple, il existe un intervalle de prédiction qui contient un événement futur unique, un intervalle qui contient tous les événements w_f, ou un intervalle qui contient r événements parmi w_f. Il existe également des intervalles qui contiennent un écart type ou une moyenne d'un échantillon futur de w_f événements. Le type d'intervalle de prédiction requis dépendra évidemment du type de problème à résoudre ou du type de question posée.

---

1) Les chiffres entre crochets se réfèrent à la bibliographie.

Annex B
(informative)

Relation between confidence, prediction and tolerance intervals

Introduction

Based upon a preliminary judgement of the value of the true but unknown population mean time to failure m, tests should be planned so that the accumulated test time T^* will be sufficiently large in relation to m (at least three times m). Too much reliance should not be placed on tests based on a small number of items, because they may not be representative of the population. For additional information, see Hahn and Meeker (1991) [1][1].

B.1 Confidence intervals

By comparison with prediction and tolerance intervals, the concept of confidence interval applied to a population mean is widely covered in the literature though not always correctly. For this reason, a brief description of the concept will be given here. The description will be based on the instance where, in order to place two-sided 90 % confidence limits (for example) on the (unknown) mean of a population, a sample of n items is taken and put on a life test in accordance with the procedure described earlier in this document.

Based on the outcome of the test, the statistical procedure is applied and as a result two numerical values LCL and UCL are obtained. The former quantity LCL is the value of the lower 90 % two-sided confidence limit of the dependability parameter concerned (e.g. MTTF, failure rate, availability...) and the latter, UCL, is the corresponding value of the upper 90 % two-sided limit. This means that if the statistical procedure for obtaining 90 % confidence limits were to be repeated a large number of times, then at least 90 % of the resulting pairs of limits would contain the true but unknown dependability parameter and at most 10 % would not. Thus, the confidence level refers and is confined solely to the *procedure used to construct the interval*.

It follows from the above that we cannot say that "the probability that the population mean will lie between numerical values corresponding to LCL and UCL is 90 %". As soon as numerical values are assigned to LCL and UCL, the probability that these limits will contain the true population mean is either zero or unity. That this is so can be more easily understood if it is remembered that the mean of a sample is a variable and so it is legitimate to make probabilistic statements about it. The population mean on the other hand is a constant and hence no probability statements can be made concerning it.

B.2 Prediction intervals

Many types of prediction interval are described in the literature. For example, there is a prediction interval to contain a single future event, an interval to contain all w_f events, or an interval that will contain r out of w_f events. There are also intervals to contain a mean or standard deviation of a future sample of w_f events. The type of prediction interval required will clearly depend upon the type of problem to be solved or type of question to be answered.

[1] Figures en square brackets refer to the bibliography.

La présente Norme internationale (voir article 6) se limite à un intervalle de prédiction qui contient le nombre d'occurrences (par exemple de défaillances) sur une période de temps future spécifiée, basé sur le nombre d'occurrences sur une période de temps antérieure.

A noter qu'une caractéristique commune à tous les types d'intervalles de prédiction est que chaque intervalle est associé à un niveau de confiance correspondant (bilatéral ou unilatéral) pour lequel, comme précédemment, le niveau de confiance se réfère à *la méthode utilisée* pour calculer l'intervalle de prédiction.

B.3 Intervalles de tolérance

En référence à B.2, les intervalles de prédiction concernent principalement les constructeurs qui cherchent essentiellement à prévoir les caractéristiques de sûreté de fonctionnement d'un futur dispositif ou d'un nombre relativement peu élevé de futurs dispositifs. En ce qui concerne les constructeurs qui cherchent à tirer des conclusions sur les caractéristiques futures (en matière de sûreté de fonctionnement) d'un grand nombre de futurs dispositifs, sur la base de données obtenues à partir d'un échantillon sélectionné au hasard parmi la population concernée, l'utilisation d'intervalles de prédiction peut ne pas être réellement appropriée. Une telle situation peut survenir, par exemple, lorsqu'on cherche à tirer des conclusions sur un processus complet de production. Pour cette raison et du fait de problèmes du même ordre, il serait plus approprié de se référer au retour d'expérience pour tirer des conclusions sur une *proportion* de futures unités. Il découle de ce qui précède le concept d'*intervalle de tolérance* qui, avec une confiance spécifiée, contient une proportion P de la population future.

Par exemple, un constructeur peut chercher à construire un intervalle qui contient 95 % des dispositifs comportant un paramètre donné, avec une confiance de 90 %. Pour que les méthodes statistiques utilisées soient valables, il faut que les données relatives à l'échantillon (tirées du retour d'expérience) soient effectivement sélectionnées au hasard parmi la population concernée. Il est inutile de préciser que cela est quelque peu difficile lorsque l'essentiel de la population est constitué d'unités «futures» et que l'échantillon est constitué d'unités «anciennes». Le principe de sélection au hasard est évidemment faussé par la survenue d'une dérive sur quelque paramètre affectant les produits futurs.

Il convient de noter que deux pourcentages sont impliqués lorsqu'il s'agit des intervalles de tolérance, alors que pour les intervalles de confiance et les intervalles de prédiction, seul un pourcentage est requis. Les deux pourcentages ne devraient pas créer de confusion puisque l'un, (95 %) se réfère au pourcentage de la *population* contenue dans l'intervalle, et l'autre (90 %) à la mesure de la *confiance* associée à la demande.

In this International Standard (see clause 6), attention is confined to a prediction interval to contain the number of occurrences (e.g. failures) in a specified future period of time, based upon the number of occurrences in a previous period of time.

Note that a feature common to all types of prediction interval is that each interval is associated with a corresponding confidence level (either double- or single-sided) where, as before, the confidence level refers *to the procedure* used to compute the prediction interval.

B.3 Tolerance intervals

In the form described in B.2, prediction intervals are of interest mainly to manufacturers who primarily wish to predict the dependability performance of one or a relatively small number of future items. For manufacturers who wish to draw conclusions about the future (dependability) performance of a large number of future units, based on data from a randomly selected sample from the population of interest, the use of prediction intervals may well be inappropriate. Such a situation would arise, for example, if it were wished to draw conclusions about an entire production process. For this and other similar problems, it would be more appropriate to use past experience to draw conclusions about a *proportion* of future units. This leads to the concept of a *tolerance interval* that, with specified confidence, will contain a proportion P of the future population.

For example, a manufacturer may wish to construct an interval that contains 95 % of devices having a certain parameter, with 90 % confidence. It must be appreciated that in order that the statistical procedures used are valid, the sample data (generated by past experience) has, in effect, to be selected at random from the population concerned. This, needless to say, poses some difficulties when the bulk of the population consists of "future" units and the entire sample consists of "past" units. One obvious event, which would violate the principle of random selection, would be the occurrence of drift in some parameter affecting future products.

It should be noted that when dealing with tolerance intervals, two percentages are involved, whereas for confidence intervals and prediction intervals, only one percentage is required. The two percentages should not cause any confusion since one of them (95 %) refers to the percentage of the *population* to be contained, and the other (90 %) the measure of *confidence* associated with the claim.

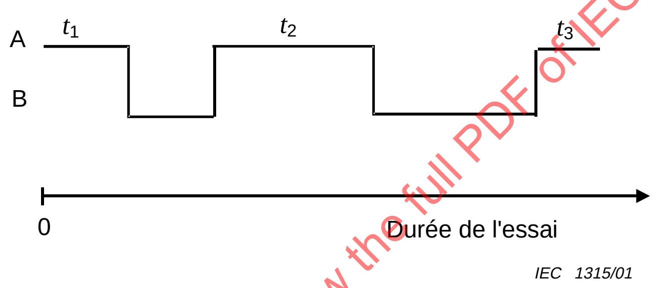
Annexe C
(normative)

Calcul de la durée d'essai cumulée T^*

Les Figures C.1 à C.3 illustrent, par trois cas généraux, la manière dont la durée d'essai cumulée significative peut être calculée pour tous les types de protocoles d'essai.

C.1 Cas n° 1, un dispositif réparé avec intensité de défaillance constante

Pour un dispositif réparé avec une intensité de défaillance constante, la durée d'essai significative est simplement le temps écoulé pendant le fonctionnement (en excluant la réparation et autres interruptions); voir Figure C.1.



$T^* = t_1 + t_2 + t_3$

A durée de fonctionnement
B durée d'arrêt

Figure C.1 – Exemple de calcul de T^* pour un dispositif réparé

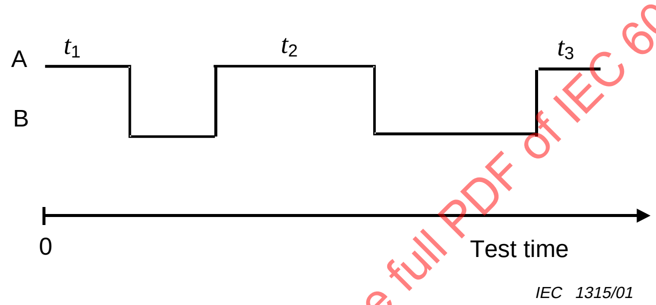
Annex C
(normative)

Computation of accumulated test time T^*

Figures C.1 to C.3 explain, using three general cases, how the accumulated relevant test time can be calculated in all types of test plans.

C.1 Case 1, one repaired item with constant failure intensity

For one repaired item with constant failure intensity, the relevant test time is simply the elapsed time under operation (excluding repair and other down times); see Figure C.1.



$T^* = t_1 + t_2 + t_3$

A operating
B down

Figure C.1 – Example of calculation of T^* for one repaired item

C.2 Cas n° 2, plusieurs dispositifs réparés avec intensités de défaillance constantes identiques

Pour plusieurs dispositifs réparés en essai, la durée d'essai significative est la somme de toutes les durées de fonctionnement (en excluant toutes les réparations et autres interruptions); voir Figure C.2.

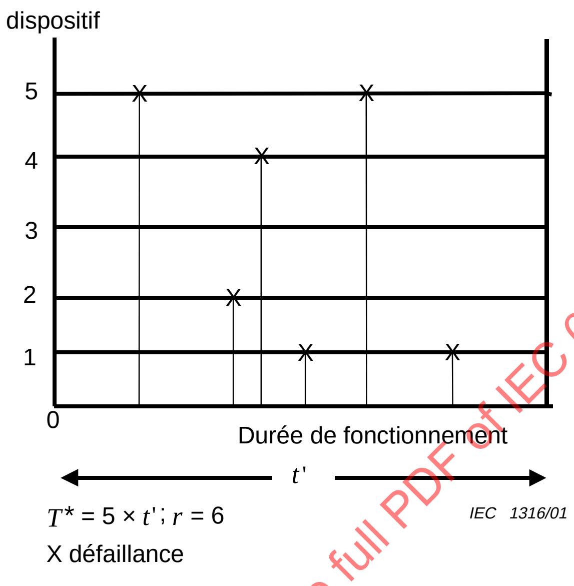


Figure C.2 – Exemple de calcul de T^* pour quatre dispositifs réparés (durée de réparation négligeable)

On suppose que tous les dispositifs peuvent être considérés comme étant identiques et fonctionnant dans les mêmes conditions (par exemple environnement et charge).

C.2 Case 2, more than one repaired item with identical constant failure intensities

For more than one repaired item under test, the relevant test time is the sum of all elapsed times under operation (excluding all repair and other down times); see Figure C.2.

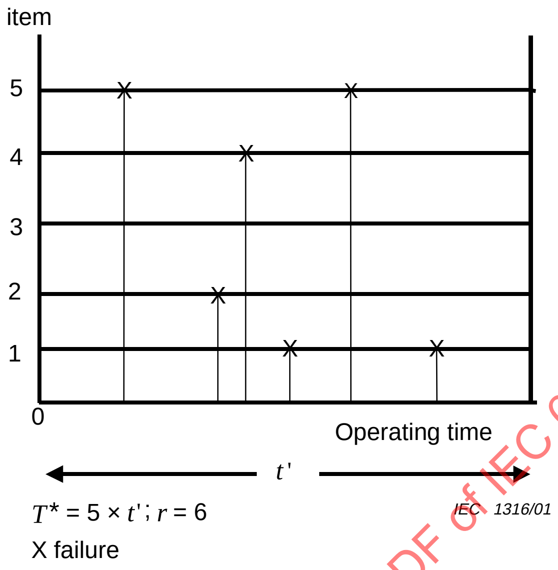
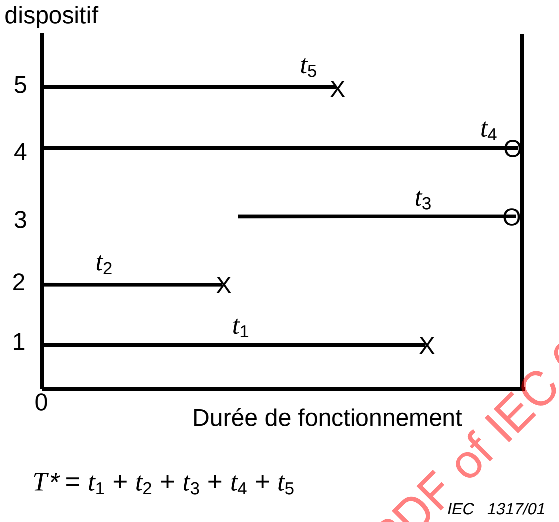


Figure C.2 – Example of calculation of T^* for four repaired items (negligible repair time)

It is assumed that all items can be considered nominally identical and as operating under the same conditions (such as environment and load).

C.3 Cas n° 3, dispositifs non réparés

Pour les dispositifs non réparés, il n'existe qu'une seule durée d'essai significative pour chaque dispositif (durée de vie), à savoir le temps écoulé avant le premier événement (défaillance). La durée d'essai cumulée significative est dans ce cas, et seulement dans ce cas, la somme des durées de vie; voir Figure C.3.



$T^* = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5$

X défaillance
O événement tronqué

Figure C.3 – Exemple de calcul de T^* pour cinq dispositifs non réparés

C.3 Case 3, non-repaired items

For non-repaired items, only one relevant test time exists for each item (lifetime), namely the time to first event (failure). The accumulated relevant test time in this case, and only in this case, is the sum of these lifetimes; see Figure C.3.

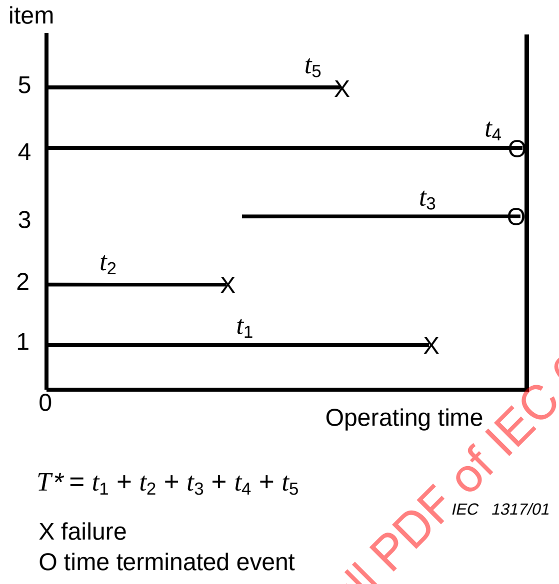


Figure C.3 – Example of calculation of T^* for five non-repaired items

Annexe D
(normative)

Tableaux des fractiles de la distribution du χ^2: $\chi^2_\alpha(\nu)$

Tableau D.1 – Fractiles de la distribution du χ^2: $\chi^2_\alpha(\nu)$

ν	α			
	0,050	0,100	0,900	0,950
2	0,10	0,21	4,61	5,99
4	0,71	1,06	7,78	9,49
6	1,64	2,20	10,64	12,59
8	2,73	3,49	13,36	15,51
10	3,94	4,87	15,99	18,31
12	5,23	6,30	18,55	21,03
14	6,57	7,79	21,06	23,68
16	7,96	9,31	23,54	26,30
18	9,39	10,86	25,99	28,87
20	10,85	12,44	28,41	31,41
22	12,34	14,04	30,81	33,92
24	13,85	15,66	33,20	36,42
26	15,38	17,29	35,56	38,89
28	16,93	18,94	37,92	41,34
30	18,49	20,60	40,26	43,77
32	20,07	22,27	42,58	46,19
34	21,66	23,95	44,90	48,60
36	23,27	25,64	47,21	51,00
38	24,88	27,34	49,51	53,38
40	26,51	29,05	51,81	55,76
42	28,14	30,77	54,09	58,12
44	29,79	32,49	56,37	60,48
46	31,44	34,22	58,64	62,83
48	33,10	35,95	60,91	65,17
50	34,76	37,69	63,17	67,50
52	36,44	39,43	65,42	69,83
60	43,19	46,46	74,40	79,08
62	44,89	48,23	76,63	81,38
70	51,74	55,33	85,53	90,53
72	53,46	57,11	87,74	92,81
80	60,39	64,28	96,58	101,88
82	62,13	66,08	98,78	104,14
90	69,13	73,29	107,57	113,15
92	70,88	75,10	109,76	115,39