

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC
60302**

Première édition
First edition
1969-01

**Définitions normalisées et méthodes de mesures
pour les résonateurs piézoélectriques
de fréquences inférieures à 30 MHz**

**Standard definitions and methods of
measurement for piezoelectric vibrators
operating over the frequency range up to 30 MHz**



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 60302: 1969

Numéros des publications

Depuis le 1er janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- **Catalogue des publications de la CEI**
Publié annuellement et mis à jour régulièrement (Catalogue en ligne)*
- **Bulletin de la CEI**
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI)*.

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site***
- **Catalogue of IEC publications**
Published yearly with regular updates (On-line catalogue)*
- **IEC Bulletin**
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary (IEV)*.

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC
60302**

Première édition
First edition
1969-01

**Définitions normalisées et méthodes de mesures
pour les résonateurs piézoélectriques
de fréquences inférieures à 30 MHz**

**Standard definitions and methods of
measurement for piezoelectric vibrators
operating over the frequency range up to 30 MHz**

© IEC 1969 Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from the publisher.

International Electrotechnical Commission
Telefax: +41 22 919 0300

3, rue de Varembé Geneva, Switzerland
e-mail: inmail@iec.ch IEC web site <http://www.iec.ch>



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

R

*Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue*

IECNORM.COM: Click to view the full PDF of IEC 60302:1969

Withdrawn

ERRATA 1

Page 8, 14e ligne du texte français :

au lieu de :

Z_m et Z_n indiquent respectivement l'impédance minimale et maximale, ...

lire :

$|Z_m|$ et $|Z_n|$ indiquent respectivement l'impédance minimale et maximale, ...

Page 9, 13th line of the English text :

instead of:

Z_m and Z_n denote minimum and maximum impedance respectively, ...

read :

$|Z_m|$ and $|Z_n|$ denote minimum and maximum impedance respectively, ...

Page 12, paragraphe 2.3.1, 5e et 6e lignes du texte français :

au lieu de :

Supposons que $C_T = 0$, en remplaçant le résonateur par une résistance R_{st} , R_1 peut être calculée par l'équation (4b), tableau V.

lire :

Supposons que $C_T = 0$, R_1 peut être calculée par l'équation (4b), tableau V. Lorsque en remplaçant R_1 par R_{st} et lorsque l'inductance de compensation L_o n'est pas utilisée, l'erreur...

Page 13, Sub-clause 2.3.1, 5th and 6th lines of the English text :

instead of:

Assuming that $C_T = 0$ and then substituting a resistor R_{st} in place R_1 can be calculated from equation (4b), Table V.

read :

Assuming that $C_T = 0$, R_1 can be calculated from equation (4b), Table V. When substituting R_{st} for R_1 and when compensating inductance L_o is not used, the error...

Page 31, figure 2, courbe :

Remplacer Z_m par $|Z_m|$ et Z_n par $|Z_n|$.

Page 31, Figure 2, curve:

Replace Z_m with $|Z_m|$ and Z_n with $|Z_n|$.

Page 31, figure 2, légende, 2e ligne :

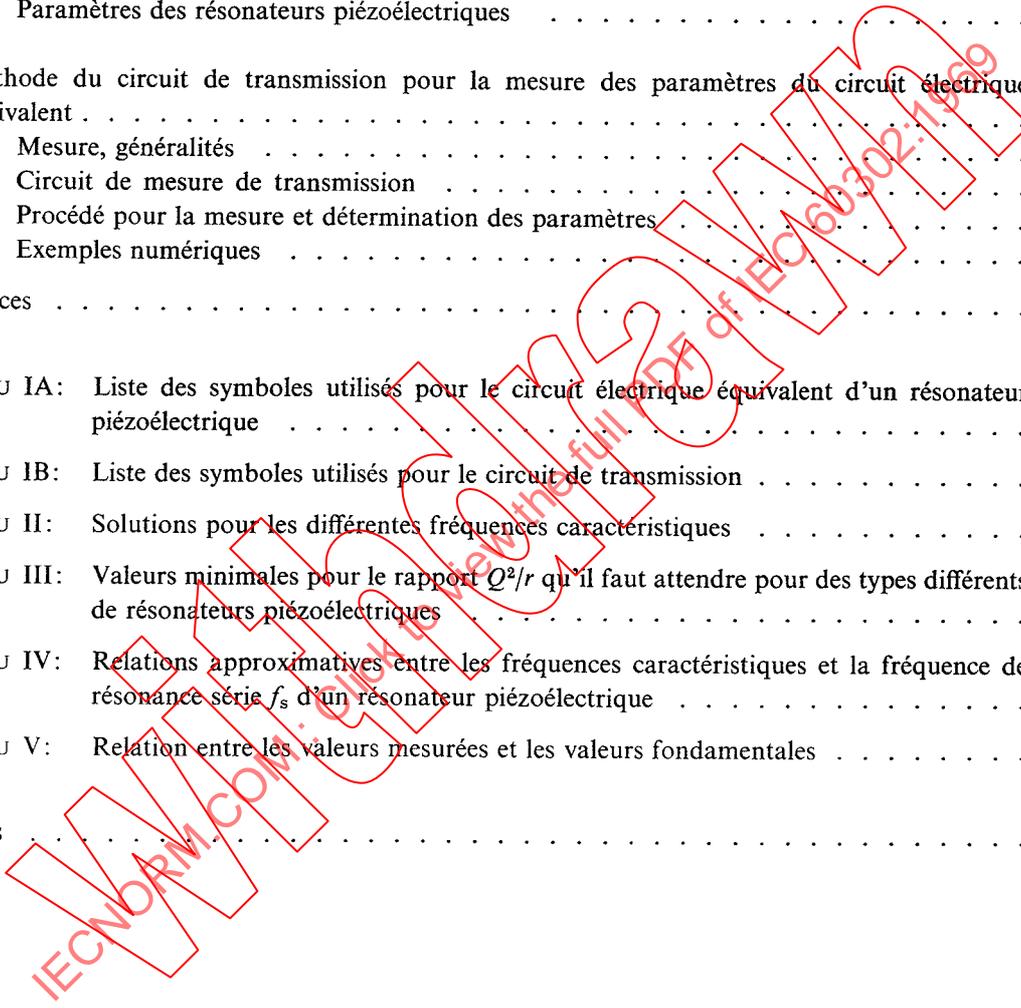
Remplacer Z_m par $|Z_m|$ et Z_n par $|Z_n|$.

Page 31, Figure 2, caption, 2nd line :

Replace Z_m with $|Z_m|$ and Z_n with $|Z_n|$.

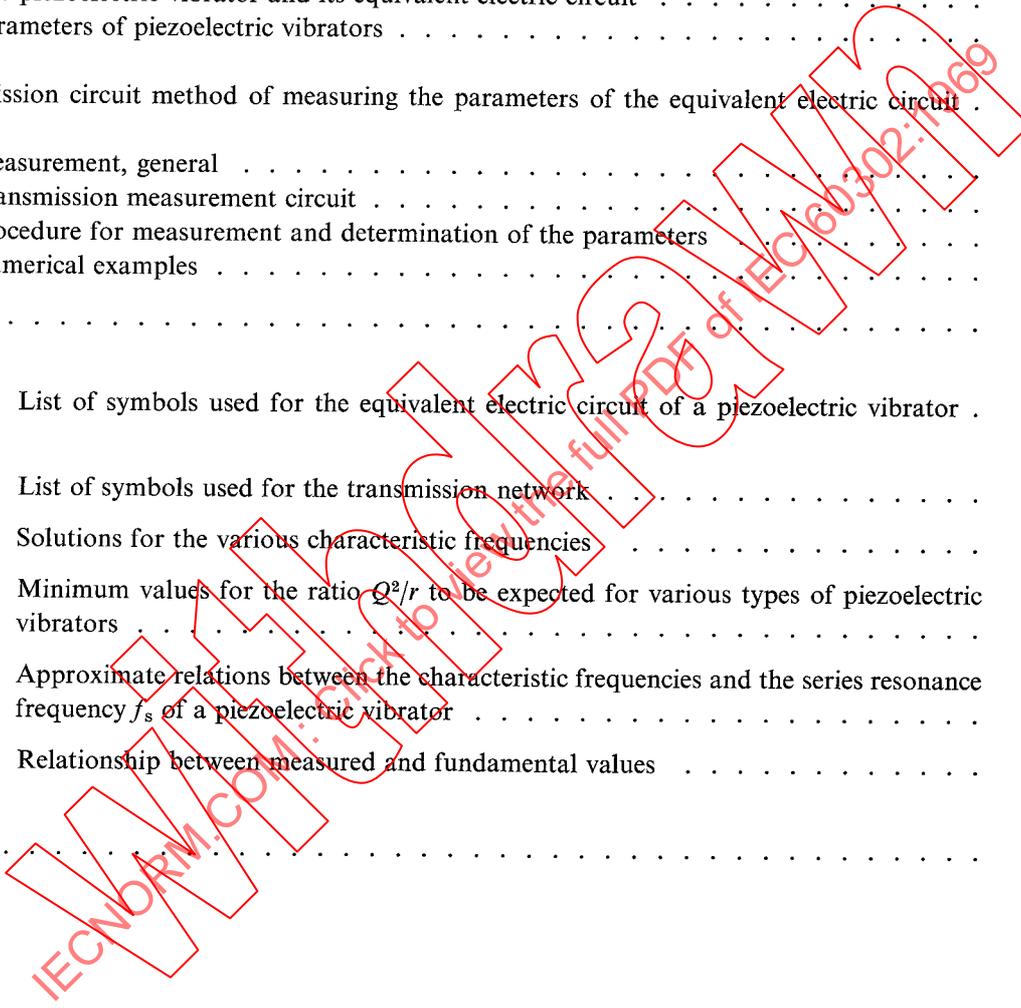
SOMMAIRE

| Articles | Pages |
|---|-------|
| PRÉAMBULE | 4 |
| PRÉFACE | 4 |
| Introduction | 6 |
| 1. Classification des phénomènes | 6 |
| 1.1 Le résonateur piézoélectrique et son circuit électrique équivalent | 6 |
| 1.2 Paramètres des résonateurs piézoélectriques | 6 |
| 2. Méthode du circuit de transmission pour la mesure des paramètres du circuit électrique équivalent | 10 |
| 2.1 Mesure, généralités | 10 |
| 2.2 Circuit de mesure de transmission | 10 |
| 2.3 Procédé pour la mesure et détermination des paramètres | 12 |
| 2.4 Exemples numériques | 18 |
| Références | 18 |
| TABLEAU IA: Liste des symboles utilisés pour le circuit électrique équivalent d'un résonateur piézoélectrique | 20 |
| TABLEAU IB: Liste des symboles utilisés pour le circuit de transmission | 24 |
| TABLEAU II: Solutions pour les différentes fréquences caractéristiques | 26 |
| TABLEAU III: Valeurs minimales pour le rapport Q^2/r qu'il faut attendre pour des types différents de résonateurs piézoélectriques | 28 |
| TABLEAU IV: Relations approximatives entre les fréquences caractéristiques et la fréquence de résonance série f_s d'un résonateur piézoélectrique | 28 |
| TABLEAU V: Relation entre les valeurs mesurées et les valeurs fondamentales | 30 |
| FIGURES | 31 |



CONTENTS

| Clause | Page |
|---|------|
| FOREWORD | 5 |
| PREFACE | 5 |
| Introduction | 7 |
| 1. Classification of phenomena | 7 |
| 1.1 The piezoelectric vibrator and its equivalent electric circuit | 7 |
| 1.2 Parameters of piezoelectric vibrators | 7 |
| 2. Transmission circuit method of measuring the parameters of the equivalent electric circuit | 11 |
| 2.1 Measurement, general | 11 |
| 2.2 Transmission measurement circuit | 11 |
| 2.3 Procedure for measurement and determination of the parameters | 13 |
| 2.4 Numerical examples | 19 |
| References | 19 |
| TABLE IA: List of symbols used for the equivalent electric circuit of a piezoelectric vibrator | 21 |
| TABLE IB: List of symbols used for the transmission network | 25 |
| TABLE II: Solutions for the various characteristic frequencies | 27 |
| TABLE III: Minimum values for the ratio Q^2/r to be expected for various types of piezoelectric vibrators | 29 |
| TABLE IV: Approximate relations between the characteristic frequencies and the series resonance frequency f_s of a piezoelectric vibrator | 29 |
| TABLE V: Relationship between measured and fundamental values | 30 |
| FIGURES | 31 |



COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

**DÉFINITIONS NORMALISÉES ET MÉTHODES DE MESURES
POUR LES RÉSONATEURS PIÉZOÉLECTRIQUES
DE FRÉQUENCES INFÉRIEURES A 30 MHz**

PRÉAMBULE

- 1) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par des Comités d'Etudes où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 2) Ces décisions constituent des recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 3) Dans le but d'encourager cette unification internationale, la CEI exprime le vœu que tous les Comités nationaux ne possédant pas encore de règles nationales, lorsqu'ils préparent ces règles, prennent comme base fondamentale de ces règles les recommandations de la CEI dans la mesure où les conditions nationales le permettent.
- 4) On reconnaît qu'il est désirable que l'accord international sur ces questions soit suivi d'un effort pour harmoniser les règles nationales de normalisation avec ces recommandations dans la mesure où les conditions nationales le permettent. Les Comités nationaux s'engagent à user de leur influence dans ce but.

PRÉFACE

La présente recommandation a été établie par le Comité d'Etudes N° 49 de la CEI: Cristaux piézo-électriques et dispositifs associés.

Un projet (la norme des Etats-Unis) fut discuté lors de la réunion tenue à Prague en 1967, à la suite de laquelle il fut soumis à l'approbation des Comités nationaux suivant la Règle des Six Mois en janvier 1968.

Les pays suivants se sont prononcés explicitement en faveur de la publication:

| | |
|-----------------------|---|
| Afrique du Sud | Japon |
| Australie | Roumanie |
| Belgique | Royaume-Uni |
| Canada | Suède |
| Danemark | Suisse |
| Etats-Unis d'Amérique | Tchécoslovaquie |
| France | Turquie |
| Israël | Union des Républiques Socialistes Soviétiques |

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**STANDARD DEFINITIONS AND METHODS OF MEASUREMENT
FOR PIEZOELECTRIC VIBRATORS OPERATING OVER
THE FREQUENCY RANGE UP TO 30 MHz**

FOREWORD

- 1) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by Technical Committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 2) They have the form of recommendations for international use and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 3) In order to promote this international unification, the IEC expresses the wish that all National Committees having as yet no national rules, when preparing such rules, should use the IEC recommendations as the fundamental basis for these rules in so far as national conditions will permit.
- 4) The desirability is recognized of extending international agreement on these matters through an endeavour to harmonize national standardization rules with these recommendations in so far as national conditions will permit. The National Committees pledge their influence towards that end.

PREFACE

This Recommendation has been prepared by IEC Technical Committee No. 49, Piezoelectric Crystals and Associated Devices.

A draft (U.S. standard) was discussed at the meeting held in Prague in 1967, as a result of which it was submitted to the National Committees for approval under the Six Months' Rule in January 1968.

The following countries voted explicitly in favour of publication:

| | |
|----------------|-------------------------------------|
| Australia | Romania |
| Belgium | South Africa |
| Canada | Sweden |
| Czechoslovakia | Switzerland |
| Denmark | Turkey |
| France | Union of Soviet Socialist Republics |
| Israel | United Kingdom |
| Japan | United States of America |

DÉFINITIONS NORMALISÉES ET MÉTHODES DE MESURES POUR LES RÉSONATEURS PIÉZOÉLECTRIQUES DE FRÉQUENCES INFÉRIEURES A 30 MHz

INTRODUCTION

La présente norme est la révision de la norme IRE sur les cristaux piézoélectriques — Le résonateur piézoélectrique: Définitions et méthodes de mesure, 1957 (57 IRE 14.S1)¹⁾ et la suite des normes dans ce domaine^{2), 3), 4)}.

En introduction, un rappel du circuit électrique équivalent du résonateur piézoélectrique et de ses paramètres est suivi par une discussion de la détermination de ces paramètres par la méthode de transmission. Cette méthode fut publiée en 1951⁵⁾ et est devenue la base de la norme IRE 1957¹⁾. Depuis cette époque, une étude minutieuse de la méthode de transmission a donné des expressions plus exactes qui permettent l'évaluation plus précise des paramètres⁶⁾. Cette méthode convient pour des fréquences inférieures à 30 MHz pour les gammes de rapport de capacité r et de facteur de mérite M que l'on rencontre généralement, à condition que l'on tienne compte des erreurs de mesures. Les équations données dans cette norme ont été formulées pour corriger ces erreurs.

1. Classification des phénomènes

1.1 *Le résonateur piézoélectrique et son circuit électrique équivalent*

Un résonateur piézoélectrique est constitué d'un élément ayant généralement la forme d'une plaquette, d'une barre ou d'un anneau, taillé dans un matériau piézoélectrique, des électrodes étant plaquées sur cet élément ou fixées à son voisinage, dans le but d'exciter une de ses fréquences de résonance.

Au voisinage de la résonance mécanique, on peut représenter par un circuit électrique équivalent les caractéristiques électriques d'un système vibrant mécanique faiblement amorti, excité piézoélectriquement par l'intermédiaire d'électrodes constituant un dipôle. Ce circuit (figure 1, page 31) consiste en une capacité C_1 , une inductance L_1 et une résistance R_1 en série et une capacité C_0 en parallèle sur l'ensemble. Ces paramètres sont indépendants de la fréquence pour des modes de vibrations distincts. En général, le mode que l'on considère est suffisamment distinct des autres modes pour permettre cette hypothèse. Si tel n'est pas le cas, les équations et méthodes de mesure qui figurent ici ne s'appliquent pas. Pour l'identification des symboles utilisés dans cette norme voir le tableau IA, page 20.

1.2 *Paramètres des résonateurs piézoélectriques*

Les paramètres fondamentaux C_1 , L_1 , R_1 et C_0 définissent le circuit électrique équivalent montré à la figure 1 et on peut à partir d'eux en déduire tous les autres paramètres. Pour une fréquence donnée, les paramètres du circuit électrique équivalent s'approchent généralement de valeurs constantes lorsque l'amplitude de la vibration tend vers zéro. L'amplitude que l'on peut tolérer avant que les paramètres ne soient sensiblement affectés, varie dans de grandes proportions pour des résonateurs de types différents et ne peut être déterminée que par l'expérience.

STANDARD DEFINITIONS AND METHODS OF MEASUREMENT FOR PIEZOELECTRIC VIBRATORS OPERATING OVER THE FREQUENCY RANGE UP TO 30 MHz

INTRODUCTION

This standard is a revision of the IRE standard on piezoelectric crystals — The Piezoelectric Vibrator: Definitions and Methods of Measurement, 1957 (57 IRE 14.S1)¹⁾ and a continuation of standards in this field^{2), 3), 4)}.

An introductory review of the equivalent electric circuit of a piezoelectric vibrator and its parameters is followed by a discussion of the determination of these parameters by the transmission method. This method was published in 1951⁵⁾ and became the basis for the 1957 IRE standard¹⁾. Since that time, a thorough investigation of the transmission method has resulted in more precise expressions which permit a more accurate evaluation of the parameters⁶⁾. This method is suitable for frequencies up to about 30 MHz for the commonly encountered ranges of the capacitance ratio r and the figure of merit M , provided that errors due to instrumentation are taken into account. The equations presented in this standard have been formulated to correct these errors.

1. Classification of phenomena

1.1 *The piezoelectric vibrator and its equivalent electric circuit*

A piezoelectric vibrator consists of an element usually in the form of a plate, bar or ring cut from a piezoelectric material and has electrodes attached to or supported near the element to excite one of its resonance frequencies.

The electrical behavior of a lightly damped mechanical vibrating system which is excited piezoelectrically through electrodes forming a two-terminal network, can be represented in the vicinity of any mechanical resonance by an equivalent electric circuit (Figure 1, page 31) which consists of a capacitance C_1 , inductance L_1 , and resistance R_1 in series, shunted by the parallel capacitance C_0 . The parameters are independent of frequency for isolated modes of motion. Generally, the mode in question is sufficiently isolated from other modes to permit this assumption. When this is not true, the equations and measuring methods outlined herein do not apply. For identification of symbols used in this standard, see Table IA, page 21.

1.2 *Parameters of piezoelectric vibrators*

The fundamental parameters C_1 , L_1 , R_1 , and C_0 define the equivalent electric circuit shown in Figure 1 and all other parameters may be derived from them. At a given frequency the parameters of the equivalent electric circuit generally approach constant values as the amplitude of vibration approaches zero. The amplitude which can be tolerated before the parameters are appreciably affected varies widely between vibrators of various types and can only be determined by experiment.

L'équation suivante qui donne l'impédance Z ou l'admittance Y :

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{j}{\omega C_o} \cdot \frac{\Omega - j\delta}{1 - \Omega + j\delta} \quad (1)$$

du circuit électrique équivalent du résonateur piézoélectrique est l'équation de base à partir de laquelle sont écrites les relations entre les divers paramètres.

Dans l'équation (1):

$$\Omega = \frac{f^2 - f_s^2}{f_p^2 - f_s^2} \text{ et } \delta = 2\pi f C_o R_1$$

sont respectivement le facteur de fréquence normalisé et le facteur d'amortissement normalisé. Voir le tableau IA, page 20, pour des définitions de f_p, f_s et des autres symboles utilisés dans l'équation (1) et pour des autres paramètres essentiels. Les fréquences caractéristiques de l'équation (1) sont définies dans le tableau II, page 26.

La valeur de l'impédance du circuit électrique équivalent (Z), sa composante résistive (R_e), sa composante réactive (X_e), et la réactance X_1 de la branche L_1, C_1, R_1 sont représentées graphiquement en fonction de la fréquence à la figure 2, page 31, pour définir les fréquences caractéristiques différentes. Z_m et Z_n indiquent respectivement l'impédance minimale et maximale, et R_r, R_a dénotent les impédances à l'angle de phase zéro. Ces courbes n'ont néanmoins qu'un caractère qualitatif et elles ne représentent pas un résonateur piézoélectrique particulier ⁷⁾.

On a, pour mieux exposer les faits, représenté à la figure 3, page 32, les cercles d'impédance et d'admittance d'un résonateur piézoélectrique. Cependant, cette représentation par un cercle de l'impédance ou de l'admittance d'un résonateur piézoélectrique n'est valable que si le diamètre du cercle dans le diagramme relatif à l'admittance est grand en comparaison de la variation de $2\pi f C_o$ dans la gamme de résonance ou si $r \ll Q^2$, ces conditions sont satisfaites dans la plupart des résonateurs. Si ces dernières ne sont pas remplies, la courbe donnant l'admittance présente une allure cissoïdale. Dans le reste de cette norme on suppose que l'impédance (ou l'admittance) du résonateur peuvent être représentées par un diagramme en forme de cercle. Le tableau III, page 28, donne les valeurs pour Q, r et Q^2/r pour des résonateurs de types divers montrant ainsi que cette hypothèse est pratiquement valable pour tous les cas.

Il est nécessaire de faire des approximations lorsque l'on déduit des équations pratiques applicables pour des usages généraux. C'est la somme des erreurs imputables à ces approximations et aux erreurs de mesures qui détermine la précision globale des paramètres, déduits par expérience.

Comme une première approximation est suffisante pour la plupart des applications pratiques, les hypothèses suivantes peuvent être faites:

$$f_m = f_r = f_s \text{ et } f_a = f_n = f_p$$

Des relations plus exactes entre les fréquences caractéristiques f_m, f_r, f_a, f_p, f_n et la fréquence de résonance série f_s , d'un résonateur, valables pour le facteur de mérite $M > 10$ et le rapport de capacité $r > 10$, sont indiquées dans le tableau IV, page 28. Ces relations ont été déduites par divers auteurs ^{8) 9)} à condition que $M \gg 1$.

La séparation entre la fréquence de résonance parallèle et la fréquence de résonance série est donnée par:

$$\frac{f_p^2 - f_s^2}{f_s^2} = \frac{C_1}{C_o} = \frac{1}{r} \quad (2)$$

The equation for the impedance Z or admittance Y :

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{j}{\omega C_0} \cdot \frac{\Omega - j\delta}{1 - \Omega + j\delta} \quad (1)$$

of the equivalent electric circuit of the piezoelectric vibrator is the basic equation describing the relationships between the various parameters.

In equation (1):

$$\Omega = \frac{f^2 - f_s^2}{f_p^2 - f_s^2} \quad \text{and} \quad \delta = 2\pi f C_0 R_1$$

are the normalized frequency factor and the normalized damping factor, respectively. See Table IA, page 21, for definitions of f_p , f_s , and the other symbols used in equation (1) and for other essential parameters. The characteristic frequencies of equation (1) are defined in Table II, page 27.

The magnitude of the impedance of the equivalent electric network ($|Z|$), its resistive component (R_e), its reactive component (X_e), and the reactance X_1 of the L_1, C_1, R_1 branch are plotted as functions of frequency in Figure 2, page 31, for the purpose of defining the different characteristic frequencies. Z_m and Z_n denote minimum and maximum impedance respectively, and R_r, R_a the impedances at zero phase angle. These curves, however, have only qualitative character and do not represent a particular piezoelectric vibrator ⁷⁾.

For further clarification, the impedance and admittance circles of a piezoelectric vibrator are reproduced in Figure 3, page 32. However, the circle representation of the impedance or admittance of a piezoelectric vibrator is valid only if the circle diameter of the admittance diagram is large compared with the change of $2\pi f C_0$ in the resonance range or if $r \ll Q^2$, which is fulfilled in most vibrators. If the latter conditions are not fulfilled, the admittance curve shows a cissoidal character. Throughout the remainder of this standard, it is assumed that the impedance (or admittance) of the vibrator can be represented by a circle diagram. Table III, page 29, gives data for Q, r , and Q^2/r for various types of vibrators, indicating that this assumption is valid for all practical cases.

It is necessary to make approximations in deriving practical equations for general use. It is the error of these approximations, in addition to the errors of instrumentation, that govern the over-all accuracy of the experimentally derived parameters.

As a first approximation sufficient for many practical purposes, the following assumptions can be made:

$$f_m = f_r = f_s \quad \text{and} \quad f_a = f_n = f_p$$

More exact relations between the characteristic frequencies f_m, f_r, f_a, f_p, f_n , and the series resonance frequency f_s of a vibrator, valid for the figure of merit $M > 10$ and the capacitance ratio $r > 10$, are shown in Table IV, page 29. These relationships have been derived by various authors ^{8) 9)} under the assumption that $M \gg 1$.

The separation between parallel and series resonance frequencies is given by:

$$\frac{f_p^2 - f_s^2}{f_s^2} = \frac{C_1}{C_0} = \frac{1}{r} \quad (2)$$

L'approximation :

$$\begin{aligned} \frac{f_p - f_s}{f_s} &= \sqrt{1 + r^{-1}} - 1 \\ &= \frac{1}{2r} \left(1 - \frac{1}{4r} + \dots \right) \approx \frac{1}{2r} \\ &= \frac{1}{2} \frac{C_1}{C_o} \end{aligned} \quad (3)$$

peut être utilisée pour des valeurs de r plus grandes (par exemple quand r est supérieure à 25, l'erreur est inférieure à 1%).

2. Méthode du circuit de transmission pour la mesure des paramètres du circuit électrique équivalent

2.1 Mesure, généralités

Cette méthode est basée sur la mesure de la fréquence et de l'impédance pour le maximum de transmission (impédance maximale de transfert) d'un réseau en π , contenant le circuit électrique équivalent du résonateur essayé dans la branche série, comme il est montré à la figure 4, page 33. On mesure la fréquence f_{mT} au maximum de transmission (tension de sortie maximale) avec et sans capacité C_L en série avec le résonateur. On peut, à partir de ces mesures, déterminer la fréquence de résonance dynamique f_s et la capacité dynamique C_1 du résonateur. La valeur de R_1 peut être obtenue par substitution d'une résistance R_{st} à la place du résonateur pour obtenir la même tension de sortie.

Tous les symboles qui décrivent la méthode de transmission sont donnés dans les tableaux IA et IB, pages 20 et 24.

Le tableau V, page 30 (tiré de ⁶⁾) contient dans la deuxième colonne la compilation des expressions pour R_1 et dans la troisième colonne, l'écart exact de la fréquence à l'admittance de transfert minimale f_{mT} à la fréquence de résonance dynamique f_s du résonateur. Les solutions exactes montrées dans le tableau V peuvent être simplifiées, si l'on fait les hypothèses mentionnées dans la colonne de gauche du tableau. Lorsque l'inductance parallèle L_o n'est pas utilisée, $b = 1$.

2.2 Circuit de mesure de transmission

La figure 4 représente schématiquement le circuit de transmission. Le circuit de mesure consiste en une source du courant constant sous la forme d'un oscillateur à fréquence variable, un réseau de transmission et un voltmètre. Le résonateur piézoélectrique est représenté par son circuit électrique équivalent. Ce réseau est symétrique par rapport à l'entrée et à la sortie. Les capacités C_T qui sont en parallèle sur les résistances de charge R_T , représentent des éléments parasites qui influencent la précision de la mesure comme il est montré dans le tableau V. L'onde de l'oscillateur doit être très pure et exempte d'harmoniques compte tenu des conditions demandées au résonateur essayé*.

L'inductance L_o connectée en parallèle sur le résonateur sert à obtenir la résonance de la capacité parallèle C_o du résonateur à f_s . L'addition de ce composant améliore la précision de la mesure comme il est expliqué au paragraphe 2.3.1.

* Dans la plupart des cas pratiques, les conditions suivantes sont adéquates: les harmoniques doivent être inférieurs au signal principal de plus de 30 dB, la stabilité de fréquence meilleure que 1×10^{-6} et le changement de l'amplitude inférieure à 10% pendant la période de mesure.

The approximation:

$$\begin{aligned} \frac{f_p - f_s}{f_s} &= \sqrt{1 + r^{-1}} - 1 \\ &= \frac{1}{2r} \left(1 - \frac{1}{4r} + \dots \right) \approx \frac{1}{2r} \\ &= \frac{1}{2} \frac{C_1}{C_0} \end{aligned} \quad (3)$$

can be used for larger values of r (for example, when r is greater than 25 the error is less than 1%).

2. Transmission circuit method of measuring the parameters of the equivalent electric circuit

2.1 Measurement, general

This method is based on measuring the frequency and impedance at maximum transmission (maximum transfer impedance) of a π -network containing the equivalent electric circuit of the vibrator under test in the series branch, as shown by Figure 4, page 33. The frequency f_{mT} at maximum transmission (maximum output voltage) is measured both with and without the capacitance C_L in series with the vibrator. From these measurements, the motional resonance frequency f_s and the motional capacitance C_1 of the vibrator can be determined. The value for R_1 can be obtained by substitution of a resistance R_{st} in place of the vibrator to obtain the same output voltage.

All symbols describing the transmission method are given in Tables IA and IB, pages 21 and 25.

Table V, page 30 (taken from ⁶⁾) contains, in the second column, a compilation of the expressions for R_1 , and, in the third column, the exact deviation of the frequency at minimum transfer admittance f_{mT} from the motional resonance frequency f_s of the vibrator. The exact solutions shown in Table V can be simplified if the assumptions mentioned in the left-hand column of the table are made. When the parallel inductance L_o is not used, then $b = 1$.

2.2 Transmission measurement circuit

Figure 4 shows a schematic representation of the transmission circuit. The measuring circuit consists of a constant current source in the form of a variable frequency oscillator, the transmission network, and a voltmeter. The piezoelectric vibrator is represented by its equivalent electric circuit. The network is symmetrical with respect to the input and output. The capacitances C_T , which shunt the terminating resistances R_T , represent stray elements which affect the accuracy of measurements as shown in Table V. The oscillator must have a high degree of purity of output waveform to an extent consistent with the requirements of the individual vibrator under test*.

The inductance L_o , connected across the vibrator, serves to resonate the shunt capacitance C_o of the vibrator at f_s . This added component improves the accuracy of measurement as explained in Sub-clause 2.3.1.

* For most practical purposes, the following requirements are adequate: harmonics greater than 30 dB below the main signal, frequency stability better than 1×10^{-6} and amplitude change less than 10% during the measurement period.

Il faut tenir compte qu'une cause importante de capacité parasite à la masse a lieu au branchement du quartz avec la capacité C_L (figure 4, page 33). Cette capacité parasite se compose de deux parties, celle associée au quartz essayé et celle associée à C_L . Lorsque la grandeur de ces réactances parasites est importante comparée à celle de l'impédance de charge, la capacité du quartz et la capacité de C_L par rapport à la masse à leur jonction peuvent être considérées en première approximation comme étant en parallèle avec C_L . Si la mesure des paramètres du quartz est faite par une méthode différente de la méthode de transmission, il faut tenir compte de la capacité parasite de chaque broche du quartz à la masse. C'est une condition importante dans tous les cas d'application dans des réseaux et pour les applications de stabilisation de fréquence.

Le voltmètre qui est placé à la sortie mesure la tension e_2 qui varie avec le changement de la fréquence d'entrée.

2.3 Procédé pour la mesure et détermination des paramètres

2.3.1 Résistance dynamique R_1

La résistance dynamique est mesurée par le réglage de la fréquence de l'oscillateur pour obtenir la transmission maximale (e_2 maximale) du résonateur. La résistance est ajustée à la valeur particulière R_{st} pour laquelle la valeur maximale de transmission e_2 est égale à la valeur obtenue avec le résonateur. La relation générale entre R_1 et R_{st} est donnée dans l'équation (4), tableau V, page 30. Supposons que $C_T = 0$, en remplaçant le résonateur par une résistance R_{st} , R_1 peut être calculée par l'équation (4b), tableau V. Lorsque l'inductance de compensation L_o n'est pas utilisée, l'erreur sur R_1 sera:

$$100 \cdot \left(\frac{R_{st}}{X_o} \right)^2 \left(\frac{4 R_T}{R_{st}} + 1 \right) \% \quad (5)$$

Un réglage convenable de L_o pour $b = 0$ (tableau IB, première ligne) réduit cette erreur à zéro (tableau V, équation 4f).

2.3.2 Capacité dynamique C_1 et inductance L_1

La capacité dynamique C_1 est déterminée par la mesure de la fréquence de transmission maximale f_{mT} en utilisant une ou plusieurs capacités de charge * C_L connectées successivement en série avec le résonateur (voir figure 4). Lorsque $M \gg 1$, ce qui est habituellement le cas, les indications obtenues par l'utilisation de deux capacités de charge différentes C_{L1} et C_{L2} peuvent être combinées de sorte que:

$$C_1 = \frac{2 \Delta C_L}{f_s} \frac{\Delta f_1 \Delta f_2}{\Delta f} \quad (6)$$

où:

$$\begin{aligned} \Delta C_L &= C_{L2} - C_{L1} \\ \Delta f &= f_{sL1} - f_{sL2} \\ \Delta f_1 &= f_{sL1} - f_s \\ \Delta f_2 &= f_{sL2} - f_s \end{aligned} \quad (7)$$

et f_{sL1} et f_{sL2} sont respectivement les fréquences de résonance dynamique du résonateur en série avec C_{L1} et du résonateur en série avec C_{L2} . Les fréquences de transmission maximale peuvent être utilisées dans l'équation (7) à la place des fréquences de résonance dynamiques respectives

* Voir le paragraphe 2.2 sur l'effet d'une capacité parasite sur C_L .

An important source of stray capacitance to ground that must be considered occurs at the junction of the crystal unit and the capacitor C_L (Figure 4, page 33). This stray capacitance is composed of two parts; that associated with the crystal unit under test and that associated with C_L . When the magnitude of these stray reactances is large compared with the magnitude of the termination impedance, the distributed capacitance to ground of the crystal unit and the distributed capacitance to ground of C_L at the junction may be treated in a first approximation as being in parallel with C_L . When measuring the parameters of crystal units by other than the transmission method, consideration must be given to the stray capacitance of each terminal of the crystal unit to ground. This is of course an important consideration in the use of crystal units in network and frequency control applications.

The voltmeter which is placed at the output, measures the voltage e_2 as the frequency of the input is varied.

2.3 Procedure for measurement and determination of the parameters

2.3.1 Motional resistance R_1

The motional resistance is measured by adjusting the frequency of the oscillator to obtain maximum transmission (maximum e_2), of the vibrator. The resistor is adjusted to the particular value R_{st} for which the maximum transmission value e_2 is equal to the value obtained with the vibrator. The general relation between R_1 and R_{st} is given in equation (4), Table V, page 30. Assuming that $C_T = 0$ and then substituting a resistor R_{st} in place R_1 can be calculated from equation (4b), Table V. When the compensating inductance L_o is not used, the error in R_1 will be:

$$100 \cdot \left(\frac{R_{st}}{X_o} \right)^2 \left(\frac{4 R_T}{R_{st}} + 1 \right) \% \quad (5)$$

Proper adjustment of L_o for $b = 0$ (Table IB, first line) reduces this error to zero (Table V, equation 4f).

2.3.2 Motional capacitance C_1 and inductance L_1

The motional capacitance C_1 is determined by measuring the frequency of maximum transmission f_{mT} using one or more load capacitances * C_L connected successively in series with the vibrator (see Figure 4). When $M \gg 1$, which is usually the case, the readings obtained by use of two different load capacitances C_{L1} and C_{L2} can be combined so that:

$$C_1 = \frac{2 \Delta C_L}{f_s} \frac{\Delta f_1 \Delta f_2}{\Delta f} \quad (6)$$

where:

$$\begin{aligned} \Delta C_L &= C_{L2} - C_{L1} \\ \Delta f &= f_{sL1} - f_{sL2} \\ \Delta f_1 &= f_{sL1} - f_s \\ \Delta f_2 &= f_{sL2} - f_s \end{aligned} \quad (7)$$

and f_{sL1} and f_{sL2} are the motional resonance frequencies of the vibrator in series with C_{L1} and the vibrator in series with C_{L2} respectively. The frequencies of maximum transmission may be used in equation (7) instead of the respective motional resonance frequencies resulting in an error

* See Sub-clause 2.2 for the effect of stray capacitance on C_L .

ce qui donne une erreur de C_1 inférieure à 3% pour $(Q^2/r) \geq 80$. Pour obtenir une meilleure précision les fréquences de résonance dynamique doivent être calculées à partir des fréquences de transmission maximale conformément au paragraphe 2.3.3 et au tableau V, page 30. Comme les équations données dans le tableau V sont basées sur le circuit électrique équivalent montré à la figure 1, page 31, les équations (8) doivent être utilisées pour obtenir les paramètres correspondants à la combinaison du résonateur plus C_L . Lorsqu'une capacité C_L est en série avec un élément monté entre électrodes, le diagramme montré à la figure 5, page 33, s'applique ¹⁰⁾. Les deux circuits sont équivalents et ont les relations suivantes:

$$L'_1 = L_1 \left(1 + \frac{C_o}{C_L} \right)^2 \quad (8)$$

$$C'_1 = C_1 \frac{1}{\left(1 + \frac{C_o}{C_L} \right)^2 \left(1 + \frac{C_1}{C_o + C_L} \right)}$$

$$R'_1 = R_1 \left(1 + \frac{C_o}{C_L} \right)^2$$

$$C'_o = \left(\frac{C_o C_L}{C_o + C_L} \right)$$

Lorsque les fréquences de transmission maximale sont mesurées en utilisant des valeurs différentes pour C_L , il est important de maintenir le courant constant à travers le résonateur avec une précision minimale de 10% mesurée par le voltmètre.

L'inductance L_1 est donnée par:

$$L_1 = (\omega_s^2 C_1)^{-1} \quad (9)$$

lorsque les valeurs pour ω_s^2 et C_1 sont connues.

2.3.3 Fréquence de résonance dynamique f_s

La fréquence de l'oscillateur est réglée au maximum de transmission, le résonateur piézo-électrique étant inséré dans le réseau montré à la figure 4, page 33. C'est la fréquence de transmission maximale f_{mT} . En première approximation, f_{mT} est égale à la fréquence d'impédance minimale f_m et à la fréquence de résonance dynamique f_s du résonateur. Si l'on a besoin d'une meilleure précision pour f_s on doit se rapporter au Tableau V qui donne la relation entre f_{mT} et f_s sous forme du rapport:

$$\frac{f_{mT}^2}{f_s^2} - 1$$

pour différents degrés d'approximation en fonction des paramètres du réseau. Lorsque l'inductance parallèle L_o est omise, l'équation (10b) du tableau V devient

$$\frac{f_{mT}^2}{f_s^2} - 1 = \frac{1}{r} \left\{ 1 + \frac{2}{M^2 \left(1 + \frac{4 R_T}{M^2 R_1} \right) \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4}{M^2 \left(1 + \frac{4 R_T}{M^2 R_1} \right)^2}} \right]} \right\} \quad (11a)$$

Lorsque $M^2 \gg 1$ est atteint pour le résonateur, la formule générale (10) se réduit à:

$$\frac{f_{mT}^2}{f_s^2} - 1 \approx \frac{-1}{M^2 r} \left(\frac{4 R_T}{R_1} + 1 \right) \quad (11b)$$

in C_1 of less than 3% for $(Q^2/r) \geq 80$. To obtain higher accuracy, the motional resonance frequencies have to be calculated from the frequencies of maximum transmission according to Sub-clause 2.3.3 and Table V, page 30. As the equations in Table V are based on the equivalent electric circuit shown in Figure 1, page 31, equations (8) have to be used to obtain the corresponding parameters for the combination of vibrator plus C_L . When a capacitance C_L is in series with an electroded element, the diagram shown in Figure 5, page 33, applies¹⁰⁾. The two circuits are equivalent having the following relationships:

$$\begin{aligned} L'_1 &= L_1 \left(1 + \frac{C_o}{C_L} \right)^2 \\ C'_1 &= C_1 \frac{1}{\left(1 + \frac{C_o}{C_L} \right)^2 \left(1 + \frac{C_1}{C_o + C_L} \right)} \\ R'_1 &= R_1 \left(1 + \frac{C_o}{C_L} \right)^2 \\ C'_o &= \left(\frac{C_o C_L}{C_o + C_L} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

When the frequencies of maximum transmission are measured using different values for C_L , it is important to maintain the current through the vibrator constant to within 10% as indicated by the voltmeter.

The inductance L_1 follows from:

$$L_1 = (\omega_s^2 C_1)^{-1} \quad (9)$$

when the values for ω_s^2 and C_1 are known.

2.3.3 Motional resonance frequency f_s

The frequency of the oscillator is adjusted for maximum transmission with the piezoelectric vibrator inserted in the network shown in Figure 4, page 33. This is the frequency of maximum transmission f_{mT} . At the first approximation, f_{mT} is equal to the frequency of minimum impedance f_m and the motional resonance frequency f_s of the vibrator. If higher accuracy for f_s is required, Table V should be consulted which gives the relationship between f_{mT} and f_s as the ratio:

$$\frac{f_{mT}^2}{f_s^2} - 1$$

for different degrees of approximation as a function of the network parameters. When the shunting inductance L_o is omitted, equation (10b) in Table V becomes

$$\frac{f_{mT}^2}{f_s^2} - 1 = \frac{1}{r} \left\{ 1 + \frac{2}{M^2 \left(1 + \frac{4 R_T}{M^2 R_1} \right) \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4}{M^2 \left(1 + \frac{4 R_T}{M^2 R_1} \right)^2}} \right]} \right\} \quad (11a)$$

When $M^2 \gg 1$ is fulfilled for the resonator, the general formula (10) reduces to:

$$\frac{f_{mT}^2}{f_s^2} - 1 \approx \frac{-1}{M^2 r} \left(\frac{4 R_T}{R_1} + 1 \right) \quad (11b)$$

et parce que la partie de droite de l'équation (11b) est en général très inférieure à l'unité, elle se réduit en plus à

$$\frac{f_{mT} - f_s}{f_s} = \frac{\Delta f}{f_s} \approx \frac{-1}{2 M^2 r} \left(\frac{4 R_T}{R_1} + 1 \right) \quad (11c)$$

Dans la plupart des cas on a $M^2 \gg 1$ et l'équation approximative (11c) est satisfaisante. Lorsque cette condition n'est pas remplie, la formule exacte (11a) doit être utilisée.

2.3.4 Conditions auxquelles doit satisfaire le réseau

La précision des résultats augmente lorsque les conditions suivantes sont remplies:

- 1) La capacité parasite C_{A-B} entre bornes A et B est faible vis-à-vis de la capacité C_o du résonateur ($C_o \gg C_{A-B}$).
- 2) La réactance de la capacité parasite C_{A-B} est grande vis-à-vis de la résistance série R_1 ($|X_{A-B}| \gg R_1$).
- 3) La réactance des connexions avec le résonateur est faible vis-à-vis de la réactance de C_o .

Dans le cas des résonateurs ayant un faible facteur de mérite M , il est judicieux d'utiliser une bobine L_o mise en parallèle avec le résonateur. Si l'on accorde l'ensemble $L_o C_o$ à la fréquence de résonance dynamique f_s , du résonateur, $b = 0$ et la mesure est simplifiée. Dans le tableau V, page 30, les équations (4a) et (10a) fournissent les valeurs de la résistance et de la fréquence pour cette condition. On voit que quand $b = 0$ et $M_T \gg 1$ (condition 1 ci-dessus), $f_{mT} = f_s$ et $R_{st} = R_1$.

2.3.5 Capacité statique C_o

La capacité parallèle C_o du circuit électrique équivalent du résonateur est légèrement inférieure à la valeur mesurée pour un élément piézoélectrique libre et légèrement supérieure à la valeur mesurée de l'élément piézoélectrique immobilisé. La valeur exacte de la constante diélectrique dépend du mode de vibration. On doit en tenir compte quand une meilleure précision est exigée. Les détails en sont discutés dans la norme de l'I.E.E. sur les résonateurs piézoélectriques: Détermination des constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques. Coefficient de couplage électromécanique, 1958³⁾.

Il n'y a pas de méthode directe pour la mesure exacte de C_o . Cependant pratiquement dans presque tous les cas il est suffisant de considérer comme C_o la valeur moyenne des capacités statiques C_{o1} et C_{o2} du vibreur mesurées à deux fréquences équidistantes supérieure et inférieure à la fréquence de résonance et suffisamment éloignées d'elle, pour que l'impédance soit indépendante d'une quelconque réponse. C_{o1} et C_{o2} peuvent être mesurées au moyen d'un pont d'impédance ou d'un Q-mètre.

Il faut noter que C_o est la capacité statique entre les deux électrodes du résonateur. Comme il est indiqué au paragraphe 2.2, les capacités des deux électrodes par rapport à la masse sont les éléments importants dans la plupart des cas d'application du réseau pour la stabilisation de fréquence. L'utilisation propre de la méthode du circuit de transmission pour la mesure de C_1 exige la connaissance au moins de la capacité par rapport à la masse de l'électrode du résonateur qui est connecté à C_L (voir figure 4, page 33).

C'est pourquoi, dans le cas général, il est nécessaire de considérer le quartz comme un tripôle et à évaluer C_o et les capacités parasites des deux électrodes par rapport à la masse du circuit ouvert et court-circuité conformément aux techniques de mesure généralement employées pour des dipôles.

Le boîtier du quartz reste mis à la masse pendant toute la série de mesures exigées pour l'évaluation des paramètres du résonateur. Dans ce but, il peut être désirable de fournir les quartz en boîtiers en verre avec des blindages métalliques.

and since the right-hand side of equation (11b) is usually much smaller than unity, it further reduces to

$$\frac{f_{mT} - f_s}{f_s} = \frac{\Delta f}{f_s} \approx \frac{-1}{2 M^2 r} \left(\frac{4 R_T}{R_1} + 1 \right) \quad (11c)$$

In most instances, $M^2 \gg 1$, and the approximate equation (11c) is satisfactory. When this condition is not fulfilled, the exact formula (11a) must be used.

2.3.4 Network requirements

The accuracy of the results increases as the following conditions are fulfilled:

- 1) Stray capacitance C_{A-B} between terminals A and B low compared to vibrator capacitance C_o , ($C_o \gg C_{A-B}$).
- 2) Reactance of stray capacitance C_{A-B} high compared to series resistance R_1 , ($|X_{A-B}| \gg R_1$).
- 3) The reactance of leads connecting vibrator is low compared to reactance of C_o .

In the case of vibrators with low figure of merit M , it is advisable to use a shunting coil L_o connected in parallel with the vibrator. If the combination $L_o C_o$ is tuned to the motional resonance frequency f_s of the vibrator, $b = 0$ and the measurement is simplified. In Table V, page 30, equations (4a) and (10a), supply resistance and frequency values for this condition. It is seen that when $b = 0$ and $M_T \gg 1$ (condition 1 above), then $f_{mT} = f_s$ and $R_{st} = R_1$.

2.3.5 Shunt capacitance C_o

The shunt capacitance C_o of the equivalent electric circuit of a vibrator is slightly smaller than the measured value for a free piezoelectric element and slightly greater than the measured value for a piezoelectric element in clamped condition. The exact value of the dielectric permittivity depends upon the mode of vibration. This has to be considered when greater accuracy is required. Details are discussed in the I.E.E.E. standard on piezoelectric crystals: Determination of the Elastic, Piezoelectric, and Dielectric Constants — The Electromechanical Coupling Factor, 1958³⁾.

There is no direct method for measuring C_o precisely. However, in nearly all practical cases it is adequate to regard as C_o the mean value of the shunt capacitances C_{o1} and C_{o2} of the resonator obtained at two frequencies, equidistant above and below the resonance frequency and sufficiently removed from the latter for the impedance to be independent of any response. C_{o1} and C_{o2} can be measured by means of an impedance bridge or a Q-meter.

It should be noted that C_o is the shunt capacitance between the two electrodes of the resonator. As pointed out in Sub-clause 2.2, the capacitances of both of the electrodes to ground are important elements in many network and frequency control applications. Proper use of the transmission circuit method for the measurement of C_1 requires knowledge of at least the capacitance to ground of that electrode of the resonator which is connected to C_L (see Figure 4, page 33).

Therefore, in the general case, it is necessary to consider the crystal unit as a three terminal network and to evaluate C_o and the stray capacitances of the two electrodes to ground from open and short-circuit measurements according to the techniques customarily employed when dealing with two-port devices.

The crystal enclosure remains at ground potential during the entire series of measurements required for evaluation of the resonator parameters. For this purpose, it may be found desirable to provide glass-enclosed crystal units with metal shells.

2.4 Exemples numériques

La norme de l'I.E.E.E. sur les résonateurs piézoélectriques, 1957¹⁾, montre l'écart moyen de f_s de sa valeur réelle causé par la seule sensibilité du détecteur S :

$$x \approx \frac{\Delta f}{f_s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2 R_T}{R_1} + 1 \right) \frac{\sqrt{S}}{Q} \quad (12)$$

Cette équation est valable si $4/M_T^2 \ll 1$ et $b^2/M^2 \ll 1$. La valeur de l'écart moyen est représentée graphiquement à la figure 6, page 34, pour des valeurs différentes de S en fonction de Q .

Les équations du tableau V, page 30, donnent les corrections nécessaires pour obtenir R_1 à partir de R_{st} et f_s à partir de f_{mT} respectivement en fonction des paramètres du résonateur et du réseau. Lorsque les hypothèses donnant ces relations simplifiées (5) et (11c) sont rencontrées, la valeur de ces corrections peut être obtenue à partir des graphiques montrés aux figures 7 et 8, pages 35 et 36, (voir 6)).

Les lignes continues de ces graphiques supposent de plus que $2(R_T/R_1) \ll 1$ (figure 6), $4(R_T/R_{st}) \ll 1$ (figure 7) et $4(R_T/R_1) \ll 1$ (figure 8). Les valeurs en ordonnées des graphiques (figures 6 à 8) peuvent être modifiées facilement lorsque ces relations ne sont pas accomplies. Les exemples montrés dans les graphiques se réfèrent aux résonateurs donnés à la figure 6 et montrent que R_1 diffère généralement de R_{st} de moins de 2% (figure 7), et qu'à l'exception des céramiques, les différences entre f_s et f_{mT} sont de l'ordre 1×10^{-6} (figure 8). Des selfs en parallèles n'étaient pas utilisées pour ces mesures.

Références

- 1) « IRE Standard on Piezoelectric Crystals — The Piezoelectric Vibrator: Definitions and Methods of Measurement », 1957 — PROC. IRE, Vol. 45, p. 353-358, mars 1957. (Aussi connu comme Norme I.E.E.E. 177.)
- 2) « IRE Standard on Piezoelectric Crystals », 1949 — PROC. IRE, Vol. 37, p. 1378-1395, décembre 1949. (A présent connu comme Norme I.E.E.E. 176.)
- 3) « IRE Standard on Piezoelectric Crystals: Determination of Elastic, Piezoelectric, and Dielectric Constants — The Electromechanical Coupling Factor », 1958 — PROC. IRE, Vol. 46, p. 764-778, avril 1958. (A présent connu comme Norme I.E.E.E. 178.)
- 4) « IRE Standard on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics », 1961 — PROC. IRE, Vol. 49, p. 1162-1169, juillet 1961. (A présent connu comme Norme I.E.E.E. 179.)
- 5) L. F. Koerner « Progress in Development of Test Oscillators for Crystal Units » PROC. IRE, Vol. 39, p. 16-26, janvier 1951.
- 6) E. A. Gerber and L. F. Koerner « Methods of Measurement of the Parameters of Piezoelectric Vibrators » PROC. IRE, Vol. 46, p. 1731-1737, octobre 1958.
- 7) R. Bechmann and A. D. Ballato « Parameters of a Piezoelectric Crystal » PROC. IRE, Vol. 50, p. 2496-2497, décembre 1962.
- 8) E. A. Gerber « A Review of Methods for Measuring the Constants of Piezoelectric Vibrators » PROC. IRE, Vol. 41, p. 1103-1112, septembre 1953.
- 9) G. E. Martin « Determination of Equivalent-Circuit Constants of Piezoelectric Resonators of Moderately Low Q by Absolute-Admittance Measurements », J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 26, p. 413-420, mai 1954.
- 10) W. G. Cady « Piezoelectricity », McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, London, 1946. Revised Edition, Dover Publications, Inc., New York, 1964.

2.4 Numerical examples

The I.E.E.E. standard on piezoelectric crystals, 1957¹⁾, shows the mean deviation of f_s from its true value, due to detector sensitivity S alone, as:

$$x \approx \frac{\Delta f}{f_s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2 R_T}{R_1} + 1 \right) \frac{\sqrt{S}}{Q} \quad (12)$$

This equation is valid if $4/M_T^2 \ll 1$ and $b^2/M^2 \ll 1$. The magnitude of the mean deviation is plotted in Figure 6, page 34, for various values of S as a function of Q .

The equations in Table V, page 30, give the corrections necessary to obtain R_1 from R_{st} and f_s from f_{mT} respectively in terms of the vibrator and network parameters. When the assumptions leading to the simplified relations (5) and (11c) are met, the magnitude of these corrections can be obtained from the graphs shown in Figures 7 and 8, pages 35 and 36, (see⁶⁾).

The solid lines in these graphs further assume that $2(R_T/R_1) \ll 1$ (Figure 6), $4(R_T/R_{st}) \ll 1$ (Figure 7), and $4(R_T/R_1) \ll 1$ (Figure 8). The ordinate values of the graphs (Figures 6 to 8) can be modified easily when these relationships are not fulfilled. The examples shown in the graphs refer to the vibrators listed in Figure 6 and illustrate that R_1 generally differs from R_{st} by less than 2% (Figure 7) and that, excluding ceramics, the differences between f_s and f_{mT} are of the order 1×10^{-6} (Figure 8). Shunt coils were not used for these measurements.

References

- 1) "IRE Standard on Piezoelectric Crystals—The Piezoelectric Vibrator. Definitions and Methods of Measurement", 1957 — PROC. IRE, Vol. 45, pp. 353-358, March 1957. (Also known as I.E.E.E. Standard 177.)
- 2) "IRE Standard on Piezoelectric Crystals", 1949 — PROC. IRE, Vol. 37, pp. 1378-1395, December 1949. (Now known as I.E.E.E. Standard 176.)
- 3) "IRE Standard on Piezoelectric Crystals: Determination of Elastic, Piezoelectric, and Dielectric Constants — The Electro-mechanical Coupling Factor", 1958 — PROC. IRE, Vol. 46, pp. 764-778, April 1958. (Now known as I.E.E.E. Standard 178.)
- 4) "IRE Standard on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics", 1961 — PROC. IRE, Vol. 49, pp. 1162-1169, July 1961. (Now known as I.E.E.E. Standard 179.)
- 5) L.F. Koerner "Progress in Development of Test Oscillators for Crystal Units" PROC. IRE, Vol. 39, pp. 16-26, January 1951.
- 6) E.A. Gerber and L.F. Koerner "Methods of Measurement of the Parameters of Piezoelectric Vibrators" PROC. IRE, Vol. 46, pp. 1731-1737, October 1958.
- 7) R. Bechmann and A.D. Ballato "Parameters of a Piezoelectric Crystal" PROC. IRE, Vol. 50, pp. 2496-2497, December 1962.
- 8) E.A. Gerber "A Review of Methods for Measuring the Constants of Piezoelectric Vibrators" PROC. IRE, Vol. 41, pp. 1103-1112, September 1953.
- 9) G.E. Martin "Determination of Equivalent-Circuit Constants of Piezoelectric Resonators of Moderately Low Q by Absolute-Admittance Measurements", J. Acoust. Soc. Amer., Vol. 26, pp. 413-420, May 1954.
- 10) W. G. Cady "Piezoelectricity", McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, London, 1946. Revised Edition, Dover Publications, Inc., New York, 1964.

TABLEAU IA

Liste des symboles utilisés pour le circuit électrique équivalent d'un résonateur piézoélectrique

| Symboles | Définition | Unités SI | Références | | |
|----------|--|----------------|----------------------------------|----------------|------------|
| | | | Equations | Tableaux | Figures |
| B_p | Susceptance parallèle équivalente du résonateur | mho | | II | |
| C_o | Capacité statique dans le circuit électrique équivalent | farad | 2, 3, 4, 8 | V | 1, 4 |
| C_1 | Capacité dynamique dans le circuit électrique équivalent | farad | 2, 3, 4, 6, 8, 9 | V | 1, 4 |
| f | Fréquence | hertz | | | 3 |
| f_a | Fréquence d'antirésonance, susceptance zéro | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_m | Fréquence d'admittance maximale (impédance minimale) | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_n | Fréquence d'admittance minimale (impédance maximale) | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_p | Fréquence de résonance parallèle (sans perte) = $\frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 \frac{C_1 C_o}{C_1 + C_o}}}$ | hertz | 2, 3 | II, IV | 2 |
| f_r | Fréquence de résonance, susceptance zéro | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_s | Fréquence de résonance dynamique (série) = $\frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C_1}}$ | hertz | 2, 3, 6, 7, 9, 11a, 11b, 11c, 12 | II, IV | 2, 3, 6, 8 |
| G_p | Conductibilité parallèle équivalente | | 1 | | |
| L_1 | Inductance dynamique dans le circuit électrique équivalent | henry | 8, 9 | | 1, 4, 5 |
| M | Facteur de mérite $\frac{Q}{r}$ d'un résonateur: $M = \frac{1}{\omega_s C_o R_1}$ | sans dimension | 10, 11a, 11b | III, IV, V | |
| Q | Facteur de qualité: $Q = \frac{\omega_s L_1}{R_1} = \frac{1}{\omega_s C_1 R_1} = rM$ | sans dimension | 12 | III | 6, 8 |
| r | Rapport de capacité $r = \frac{C_o}{C_1}$ | sans dimension | 2, 3, 10, 11 | II, III, IV, V | 8 |
| R_a | Impédance pour l'angle de phase zéro au voisinage de l'anti-résonance | ohm | | | 2, 3 |

TABLE IA

List of symbols used for the equivalent electric circuit of a piezoelectric vibrator

| Symbols | Meaning | SI units | References | | |
|---------|---|---------------|----------------------------------|----------------|------------|
| | | | Equations | Tables | Figures |
| B_p | Equivalent parallel susceptance of vibrator | mho | | II | |
| C_o | Shunt (parallel) capacitance in the equivalent electric circuit | farad | 2, 3, 4, 8 | V | 1, 4 |
| C_1 | Motional capacitance in the equivalent electric circuit | farad | 2, 3, 4, 6, 8, 9 | V | 1, 4 |
| f | Frequency | hertz | | | 3 |
| f_a | Antiresonance frequency, zero susceptance | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_m | Frequency of maximum admittance (minimum impedance) | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_n | Frequency of minimum admittance (maximum impedance) | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_p | Parallel resonance frequency (lossless) = $\frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 \frac{C_1 C_o}{C_1 + C_o}}}$ | hertz | 2, 3 | II, IV | 2 |
| f_r | Resonance frequency, zero susceptance | hertz | | II, IV | 2, 3 |
| f_s | Motional (series) resonance frequency = $\frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C_1}}$ | hertz | 2, 3, 6, 7, 9, 11a, 11b, 11c, 12 | II, IV | 2, 3, 6, 8 |
| G_p | Equivalent parallel conductance of vibrator | | 1 | | |
| L_1 | Motional inductance in the equivalent electric circuit | henry | 8, 9 | | 1, 4, 5 |
| M | Figure of merit of a vibrator $\frac{Q}{r}$: $M = \frac{1}{\omega_s C_o R_1}$ | dimensionless | 10, 11a, 11b | III, IV, V | |
| Q | Quality factor: $Q = \frac{\omega_s L_1}{R_1} = \frac{1}{\omega_s C_1 R_1} = rM$ | dimensionless | 12 | III | 6, 8 |
| r | Capacitance ratio: $r = \frac{C_o}{C_1}$ | dimensionless | 2, 3, 10, 11 | II, III, IV, V | 8 |
| R_a | Impedance at zero phase angle near antiresonance | ohm | | | 2, 3 |

TABLEAU IA (suite)

| Symboles | Définition | Unités SI | Références | | |
|------------|--|-----------------|-----------------------------|----------|------------------|
| | | | Equations | Tableaux | Figures |
| R_e | Résistance série équivalente du résonateur | ohm | | | 1, 2 |
| R_r | Impédance à f_r , pour l'angle de phase zéro | ohm | | | 2, 3 |
| R_1 | Résistance dynamique dans le circuit électrique équivalent | ohm | 4, 8, 10, 11a, 11b, 11c, 12 | II, V | 1, 3, 4, 6, 7, 8 |
| X_e | Réactance série équivalente du résonateur | ohm | | | 1, 2 |
| X_0 | Réactance de la capacité statique à la résonance série: $X_0 = \frac{1}{\omega_s C_0}$ | ohm | 1, 4, 5 | V | 3, 7 |
| X_1 | Réactance du bras dynamique série du résonateur: $X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$ | ohm | | II | 2 |
| Y | Admittance du résonateur $Y = G_p + jB_p = \frac{1}{Z}$ | mho | 1 | | |
| Y_m | Admittance maximale du résonateur | mho | | | 3 |
| Y_n | Admittance minimale du résonateur | mho | | | 3 |
| Z | Impédance du résonateur: $Z = R_e + jX_e$ | ohm | 1 | | |
| Z_m | Impédance minimale du résonateur | ohm | | | 3 |
| Z_n | Impédance maximale du résonateur | ohm | | | 3 |
| $ Z $ | Valeur absolue de l'impédance du résonateur: $Z = \sqrt{R_e^2 + X_e^2}$ | ohm | | II | 2 |
| $ Z_m $ | Valeur absolue de l'impédance à f_m (impédance minimale) | ohm | | | 2 |
| $ Z_n $ | Valeur absolue de l'impédance à f_n (impédance maximale) | ohm | | | 2 |
| δ | Coefficient normalisé d'amortissement: $\delta = \omega C_0 R_1$ | sans dimension | 1 | II | |
| Ω | Facteur de fréquence normalisé: $\Omega = \frac{f^2 - f_s^2}{f_p^2 - f_s^2}$ | sans dimension | 1 | II | |
| ω | Pulsation: $\omega = 2\pi f$ | radian / second | | II | |
| ω_s | Pulsation à la résonance dynamique: $\omega_s = 2\pi f_s$ | radian / second | | | |

TABLE IA (continued)

| Symbols | Meaning | SI units | References | | |
|------------|---|-----------------|-----------------------------|--------|------------------|
| | | | Equations | Tables | Figures |
| R_e | Equivalent series resistance of vibrator | ohm | | | 1, 2 |
| R_r | Impedance at f_r zero phase angle | ohm | | | 2, 3 |
| R_1 | Motional resistance in the equivalent electric circuit | ohm | 4, 8, 10, 11a, 11b, 11c, 12 | II, V | 1, 3, 4, 6, 7, 8 |
| X_e | Equivalent series reactance of vibrator | ohm | | | 1, 2 |
| X_o | Reactance of shunt (parallel) capacitance at series resonance: $X_o = \frac{1}{\omega_s C_o}$ | ohm | 1, 4, 5 | V | 3, 7 |
| X_1 | Reactance of motional series arm of vibrator: $X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$ | ohm | | II | 2 |
| Y | Admittance of vibrator: $Y = G_p + jB_p = \frac{1}{Z}$ | mho | 1 | | |
| Y_m | Maximum admittance of vibrator | mho | | | 3 |
| Y_n | Minimum admittance of vibrator | mho | | | 3 |
| Z | Impedance of vibrator: $Z = R_e + jX_e$ | ohm | 1 | | |
| Z_m | Minimum impedance of vibrator | ohm | | | 3 |
| Z_n | Maximum impedance of vibrator | ohm | | | 3 |
| $ Z $ | Absolute value of impedance of vibrator: $Z = \sqrt{R_e^2 + X_e^2}$ | ohm | | II | 2 |
| $ Z_m $ | Absolute value of impedance at f_m (minimum impedance) | ohm | | | 2 |
| $ Z_n $ | Absolute value of impedance at f_n (maximum impedance) | ohm | | | 2 |
| δ | Normalized damping factor: $\delta = \omega C_o R_1$ | dimensionless | 1 | II | |
| Ω | Normalized frequency factor: $\Omega = \frac{f^2 - f_s^2}{f_r^2 - f_s^2}$ | dimensionless | 1 | II | |
| ω | Circular (angular) frequency: $\omega = 2 \pi f$ | radian / second | | II | |
| ω_s | Circular frequency at motional resonance: $\omega_s = 2 \pi f_s$ | radian / second | | | |

TABLEAU IB

Liste des symboles utilisés pour le circuit de transmission

| Symboles | Définition | Unités SI | Références | | |
|-----------|--|----------------|----------------------|----------|------------|
| | | | Equations | Tableaux | Figures |
| b | Facteur de compensation normalisé: $1 - \frac{1}{4 \pi^2 f_s^2 C_0 L_0}$ | sans dimension | 4, 10 | V | |
| B | Facteur d'admittance normalisé | sans dimension | 10 | V | |
| C | Facteur d'admittance normalisé | sans dimension | 10 | V | |
| C_{A-B} | Capacité parasite entre les bornes A-B (figure 4, page 33) | farad | | | |
| C_L | Capacité de charge | farad | 6 | | 4 |
| C_T | Capacité parallèle des bornes de sortie du circuit de transmission | farad | 4, 10 | V | 4 |
| C_{L1} | Capacité de charge | farad | 7 | | |
| C_{L2} | Capacité de charge | farad | 7 | | |
| e_2 | Tension de sortie du circuit de transmission | volt | | | 4 |
| f_{mT} | Fréquence de transmission maximale | hertz | 10 | | |
| f_{sL1} | Fréquence de résonance dynamique de l'ensemble du résonateur et C_{L1} | hertz | 7 | | |
| f_{sL2} | Fréquence de résonance dynamique de l'ensemble du résonateur et C_{L2} | hertz | 7 | | |
| i_1 | Courant d'entrée dans le circuit de transmission | ampère | | | 4 |
| L_0 | Inductance de compensation en parallèle avec le résonateur | henry | | | 4 |
| M_T | Facteur de mérite des bornes de sortie du réseau de transmission: $M_T = \frac{1}{2 \pi f_s C_T R_T} = \frac{X_T}{R_T}$ | sans dimension | 4, 10 | V | |
| R_T | Résistance en parallèle sur la sortie du circuit de transmission | ohm | 4, 11a, 11b, 11c, 12 | V | 4, 6, 7, 8 |
| R_{st} | Résistance étalon | ohm | 4, 5 | V | 7 |
| S | Sensibilité du détecteur (la plus petite valeur d'une variation de courant pouvant être détectée/le courant) | sans dimension | 12 | | 6 |
| x | Coefficient de fréquence normalisé: $x = \frac{f^2}{f_s^2} - 1 = \frac{\Omega}{r}$ | sans dimension | 12 | | |

TABLE IB

List of symbols used for the transmission network

| Symbols | Meaning | SI units | References | | |
|-----------|---|---------------|----------------------|--------|------------|
| | | | Equations | Tables | Figures |
| b | Normalized compensation factor: $1 - \frac{1}{4 \pi^2 f_s^2 C_o L_o}$ | dimensionless | 4, 10 | V | |
| B | Normalized admittance factor | dimensionless | 10 | V | |
| C | Normalized admittance factor | dimensionless | 10 | V | |
| C_{A-B} | Stray capacitance between the terminals A-B (Figure 4, page 33) | farad | | | |
| C_L | Load capacitance | farad | 6 | | 4 |
| C_T | Shunt capacitance terminating transmission circuit | farad | 4, 10 | V | 4 |
| C_{L1} | Load capacitance | farad | 7 | | |
| C_{L2} | Load capacitance | farad | 7 | | |
| e_2 | Output voltage of transmission network | volt | | | 4 |
| f_{mT} | Frequency of maximum transmission | hertz | 10 | | |
| f_{sL1} | Motional resonance frequency of combination of vibrator and C_{L1} | hertz | 7 | | |
| f_{sL2} | Motional resonance frequency of combination of vibrator and C_{L2} | hertz | 7 | | |
| i_1 | Input current to transmission network | ampere | | | 4 |
| L_o | Compensation inductance shunting vibrator | henry | | | 4 |
| M_T | Figure of merit of transmission network termination: $M_T = \frac{1}{2 \pi f_s C_T R_T} = \frac{X_T}{R_T}$ | dimensionless | 4, 10 | V | |
| R_T | Shunt resistance termination of transmission network | ohm | 4, 11a, 11b, 11c, 12 | V | 4, 6, 7, 8 |
| R_{st} | Standard resistor | ohm | 4, 5 | V | 7 |
| S | Detector sensitivity (smallest detectable current change/current) | dimensionless | 12 | | 6 |
| x | Normalized frequency factor: $x = \frac{f^2}{f_s^2} - 1 = \frac{\Omega}{r}$ | dimensionless | 12 | | |

TABLEAU IB (suite)

| Symboles | Définition | Unités SI | Références | | |
|--------------|---|----------------|------------|----------|---------|
| | | | Equations | Tableaux | Figures |
| X_{A-B} | Réactance de capacité parasite C_{A-B} | ohm | | | |
| X_T | Réactance de C_T à la fréquence de résonance dynamique: $X_T = \frac{1}{2 \pi f_s C_T}$ | ohm | 4 | V | |
| x_{mT} | Coefficient de fréquence normalisé à la fréquence de transmission maximale | sans dimension | | V | |
| ΔC_L | $\Delta C_L = C_{L2} - C_{L1}$ | farad | 6, 7 | | |
| Δf | $\Delta f = f_{sL1} - f_{sL2}$ | hertz | 6, 7 | | 6, 8 |
| Δf_1 | $\Delta f_1 = f_{sL1} - f_s$ | hertz | 6, 7 | | |
| Δf_2 | $\Delta f_2 = f_{sL2} - f_s$ | hertz | 6, 7 | | |

TABLEAU II

Solutions pour les différentes fréquences caractéristiques

| Fréquences caractéristiques | Définition | Condition | Equation constituante pour une fréquence | Racine | 57 IEEE 14.S1 ¹⁾ |
|-----------------------------|---|------------------------------|--|-------------|-----------------------------|
| f_m | Fréquence de l'admittance maximale (impédance minimale) | $\frac{d Z }{d\omega} = 0$ | $(\Omega^2 + \delta^2)^2 - 2\delta^2(\Omega + r) - 2\Omega r(1 - \Omega) - \Omega^2 = 0$ | Inférieure* | f_m |
| f_s | Fréquence de résonance (série) dynamique | $X_1 = 0$ | $\Omega = 0$ | | f_s |
| f_r | Fréquence de résonance | $X_e = B_p = 0$ | $\Omega(1 - \Omega) - \delta^2 = 0$ | Inférieure | f_r |
| f_a | Fréquence d'antirésonance | $X_e = B_p = 0$ | $\Omega(1 - \Omega) - \delta^2 = 0$ | Supérieure | f_a |
| f_p | Fréquence de résonance parallèle (sans perte) | $X_e \Big _{R_1=0} = \infty$ | $\Omega = 1$ | | f_p |
| f_n | Fréquence de l'admittance minimale (impédance maximale) | $\frac{d Z }{d\omega} = 0$ | $(\Omega^2 + \delta^2)^2 - 2\delta^2(\Omega + r) - 2\Omega r(1 - \Omega) - \Omega^2 = 0$ | Supérieure* | f_n |

* Se rapporter aux racines réelles; il faut négliger les racines complexes.

TABLE IB (continued)

| Symbols | Meaning | SI units | References | | |
|--------------|--|---------------|------------|--------|---------|
| | | | Equations | Tables | Figures |
| X_{A-B} | Reactance of stray capacitance C_{A-B} | ohm | | | |
| X_T | Reactance of C_T at the motional resonance frequency: $X_T = \frac{1}{2\pi f_s C_T}$ | ohm | 4 | V | |
| x_{mT} | Normalized frequency factor at the frequency of maximum transmission | dimensionless | | V | |
| ΔC_L | $\Delta C_L = C_{L2} - C_{L1}$ | farad | 6, 7 | | |
| Δf | $\Delta f = f_{sL1} - f_{sL2}$ | hertz | 6, 7 | | 6, 8 |
| Δf_1 | $\Delta f_1 = f_{sL1} - f_s$ | hertz | 6, 7 | | |
| Δf_2 | $\Delta f_2 = f_{sL2} - f_s$ | hertz | 6, 7 | | |

TABLE II

Solutions for the various characteristic frequencies

| Characteristic frequencies | Meaning | Condition | Constituent equation for frequency | Root | 57 IEEE 14.S1 ¹⁾ |
|----------------------------|---|------------------------------|--|---------|-----------------------------|
| f_m | Frequency of maximum admittance (minimum impedance) | $\frac{d Z }{d\omega} = 0$ | $(\Omega^2 + \delta^2)^2 - 2\delta^2(\Omega + r) - 2\Omega r(1 - \Omega) - \Omega^2 = 0$ | Lower * | f_m |
| f_s | Motional (series) resonance frequency | $X_1 = 0$ | $\Omega = 0$ | | f_s |
| f_r | Resonance frequency | $X_e = B_p = 0$ | $\Omega(1 - \Omega) - \delta^2 = 0$ | Lower | f_r |
| f_a | Antiresonance frequency | $X_e = B_p = 0$ | $\Omega(1 - \Omega) - \delta^2 = 0$ | Upper | f_a |
| f_p | Parallel resonance frequency (loss-less) | $X_e \Big _{R_1=0} = \infty$ | $\Omega = 1$ | | f_p |
| f_n | Frequency of minimum admittance (maximum impedance) | $\frac{d Z }{d\omega} = 0$ | $(\Omega^2 + \delta^2)^2 - 2\delta^2(\Omega + r) - 2\Omega r(1 - \Omega) - \Omega^2 = 0$ | Upper * | f_n |

* Refers to real roots; complex roots to be disregarded.

TABLEAU III

Valeurs minimales pour le rapport Q^2/r qu'il faut attendre pour des types différents de résonateurs piézoélectriques

| Type du résonateur piézoélectrique | $Q = Mr$ | r | Q^2/r min |
|---|---------------|--------------|-------------|
| Céramiques piézoélectriques | 90 - 500 | 2 - 40 | 200 |
| Cristaux piézoélectriques solubles dans l'eau | 200 - 50 000 | 3 - 500 | 80 |
| Quartz | $10^4 - 10^7$ | 100 - 50 000 | 2 000 |

TABLEAU IV

Relations approximatives entre les fréquences caractéristiques et la fréquence de résonance série f_s d'un résonateur piézoélectrique

| Fré- quence caracté- ristique | 1 ^{re} approximation | | 2 ^{me} approximation | |
|--|--------------------------------------|---|---|---|
| | $\frac{f}{f_s}$ | Ecart $\frac{\Delta f}{f_s}$ à partir d'une valeur plus précise | $\frac{f}{f_s}$ | Ecart $\frac{\Delta f}{f_s}$ à partir d'une valeur plus précise |
| f_m | $\frac{f_m}{f_s} = 1$ | $-\frac{1}{2 M^2 r}$ | $\frac{f_m}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $\frac{1}{2 M^4 r^2}$ |
| f_r | $\frac{f_r}{f_s} = 1$ | $\frac{1}{2 M^2 r}$ | $\frac{f_r}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $\frac{1}{2 M^4 r^2}$ |
| f_a | $\frac{f_a}{f_s} = 1 + \frac{1}{2r}$ | $-\frac{1}{2 M^2 r} \left(\frac{1}{r} + 1 \right)$ | $\frac{f_a}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $-\frac{1}{2 M^2 r} \cdot \frac{1}{r}$ |
| f_n | $\frac{f_n}{f_s} = 1 + \frac{1}{2r}$ | $\frac{1}{2 M^2 r} \left(\frac{1}{r} + 1 \right)$ | $\frac{f_n}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $\frac{1}{2 M^2 r} \cdot \frac{1}{r}$ |
| f_D | $\frac{f_D}{f_s} = 1 + \frac{1}{2r}$ | $-\frac{1}{8 r^2}$ | $\frac{f_D}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{r}}$ | 0 |

TABLE III

Minimum values for the ratio Q^2/r to be expected for various types of piezoelectric vibrators

| Type of piezoelectric vibrator | $Q = Mr$ | r | Q^2/r min |
|--------------------------------------|---------------|--------------|-------------|
| Piezoelectric ceramics | 90 - 500 | 2 - 40 | 200 |
| Water-soluble piezoelectric crystals | 200 - 50 000 | 3 - 500 | 80 |
| Quartz | $10^4 - 10^7$ | 100 - 50 000 | 2 000 |

TABLE IV

Approximate relations between the characteristic frequencies and the series resonance frequency f_s of a piezoelectric vibrator

| Characteristic frequency | 1st approximation | | 2nd approximation | |
|--------------------------|--------------------------------------|--|---|--|
| | $\frac{f}{f_s}$ | Deviation $\frac{\Delta f}{f_s}$ from more precise value | $\frac{f}{f_s}$ | Deviation $\frac{\Delta f}{f_s}$ from more precise value |
| f_m | $\frac{f_m}{f_s} = 1$ | $-\frac{1}{2M^2r}$ | $\frac{f_m}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $\frac{1}{2M^4r^2}$ |
| f_r | $\frac{f_r}{f_s} = 1$ | $\frac{1}{2M^2r}$ | $\frac{f_r}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $\frac{1}{2M^4r^2}$ |
| f_a | $\frac{f_a}{f_s} = 1 + \frac{1}{2r}$ | $-\frac{1}{2M^2r} \left(\frac{1}{r} + 1 \right)$ | $\frac{f_a}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $-\frac{1}{2M^2r} \cdot \frac{1}{r}$ |
| f_n | $\frac{f_n}{f_s} = 1 + \frac{1}{2r}$ | $\frac{1}{2M^2r} \left(\frac{1}{r} + 1 \right)$ | $\frac{f_n}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{2r} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4}{M^2}} \right]}$ | $\frac{1}{2M^2r} \cdot \frac{1}{r}$ |
| f_p | $\frac{f_p}{f_s} = 1 + \frac{1}{2r}$ | $-\frac{1}{8r^2}$ | $\frac{f_p}{f_s} = \sqrt{1 + \frac{1}{r}}$ | 0 |